



**Universidade Federal da Paraíba - UFPB**  
**Centro de Tecnologia – CT**  
**Laboratório de Recursos Hídricos e Engenharia**  
**Ambiental - LARHENA**



**CÁLCULO DO ESCOAMENTO UNIFORME EM  
CANAIS A PARTIR DA FORMULAÇÃO UNIVERSAL DE  
PERDAS DE CARGA: APLICAÇÕES A DADOS  
EXPERIMENTAIS DE CANAIS TRIANGULARES LISOS**

**Orientador: Prof. Dr. Tarciso Cabral da Silva**  
**Aluna Bolsista: Samara Gonçalves Fernandes da Costa**

# Objetivo

## ➤ Objetivo Geral:

- **Mostrar o desenvolvimento da metodologia para cálculo do escoamento em canais triangulares lisos e comparar este modelo com a formulação de Manning, utilizando dados experimentais de Powell e Posey (1959) de Pimenta (1966).**

# Objetivo

## ➤ **Objetivos específicos:**

- **Apresentar o método de Kazemipour para cálculo do escoamento uniforme e sua validação analítica;**
- **Apresentar resumo de resultados de aplicações feitas para outras seções transversais.**

# Breve Histórico

- **Chézy - século XVIII - Cálculo do escoamento uniforme em canais;**
- **Manning – século XIX – Introduziu um coeficiente dependente da rugosidade e do raio hidráulico na equação de Chezy (A “fórmula de Manning” foi publicada pela 1ª vez em 1918 no livro “Handbook of hydraulics for the solution of hydraulic problems” (1918) by Horace Williams King;**
- **Von Karman e Prandtl – século XX – intensificam os estudos com a Teoria da camada limite e dedução das equações da resistência hidráulica para escoamento em tubos;**

# Breve Histórico

- **Keulegan (1938) – Obtenção pioneira de fórmulas para o cálculo da vazão em canais similares às utilizadas para o escoamento em tubos;**
- **Shih e Grigg (1967) - Representação da forma da seção transversal somente pelo raio hidráulico (Insuficiente);**
- **Kazemipour e Apelt (1979) – Desenvolveram método de cálculo, a partir de considerações de análise dimensional e das equações de Von Karman para tubos lisos e parâmetros de forma;**

# Breve Histórico

- **Cabral da Silva (1992) – Desenvolveu modelo matemático para o fator de atrito em canais lisos baseado na distribuição da tensão de cisalhamento nas fronteiras do escoamento e da equação de Von Karman – validação do método de Kazemipour para cálculo do escoamento uniforme;**
- **Goldfarb e Cabral da Silva (2007) – Modificaram o método de Kazemipour gerando uma formulação monômica com base na equação de Von Karman para canais lisos – com aplicação para canais circulares com melhor desempenho frente à fórmula de Manning;**
- **Cabral da Silva e Dutra (2009) e Cabral da Silva e Abreu (2010) – Aplicaram o método desenvolvido para a seção retangular lisa, obtendo sucesso frente à formulação de Manning.**

# Método

## ➤ Método de Kazemipour

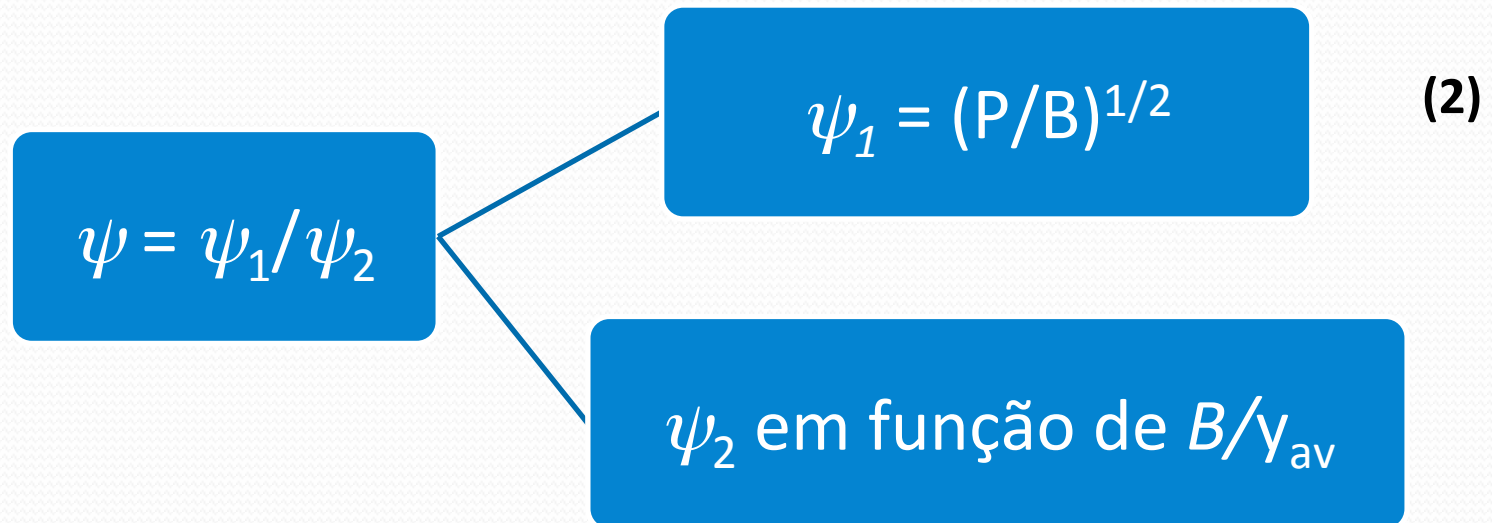
- Permite o cálculo do escoamento turbulento uniforme em canais triangulares lisos a partir das equações de perda de carga para tubos pressurizados;
- Fator de atrito para canais é obtido através da multiplicação do fator de atrito para tubulações pressurizadas por um parâmetro adimensional denominado parâmetro de forma.

$$f_c = \psi f \quad (1)$$

# Método

## ➤ Método de Kazemipour

### a. Parâmetro Forma





# Método

## ➤ Validação Analítica do Método de Kazemipour

- Cabral da Silva (1992), desenvolveu uma metodologia para determinação analítica do parâmetro de forma ( $\psi_t$ );
- Considerando as curvas da distribuição da tensão de cisalhamento ao longo do perímetro molhado, sua formulação pode ser apresentada como:

$$\psi_t = \frac{1}{P} \int_0^P \frac{\tau(p)}{\tau_0} dp \quad (4)$$

$$\text{Onde: } \tau_0 = \rho g R S \quad (5)$$

# Validação Analítica do Método de Kazemipour

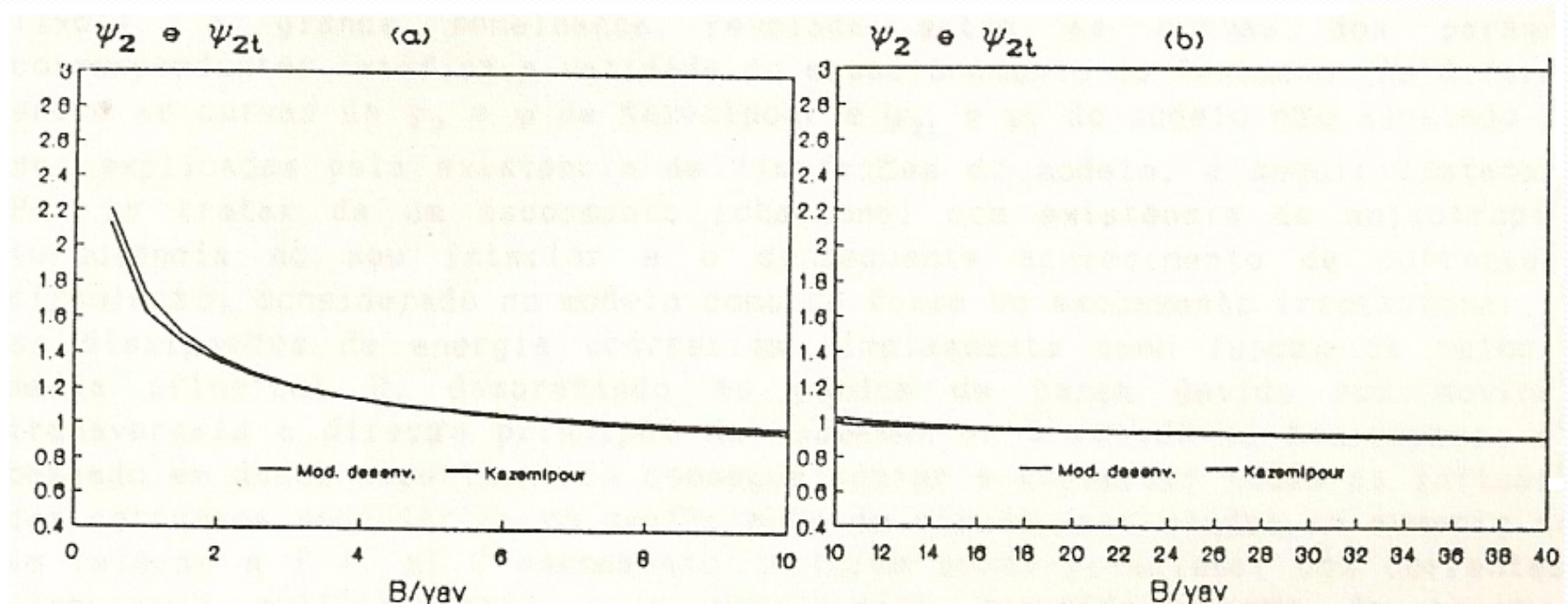


Figura 1 - Validação do Parâmetro  $\psi_2$  canais retangulares lisos (Cabral da Silva, 1992)

## O MÉTODO DESENVOLVIDO (GOLDFARB E CABRAL DA SILVA, 2007)

### ➤ Aplicação Explícita do Método de Kazemipour

A equação universal para cálculo da perda de carga por unidade de comprimento, para tubulações pressurizadas, quando aplicada para dutos de seção circular, onde o diâmetro é igual a quatro vezes o raio hidráulico, pode ser apresentada conforme as expressões seguintes:

	Subst. (1) em (6)		Subst. J por S		Explícita $V_c$	
$f = \frac{8gJR}{V^2}$	➔	$V = \sqrt{\frac{8gJR}{f}}$	➔	$f_c = \frac{8gSR}{V_c^2}$	➔	$V_c = \sqrt{\frac{8gSR}{f_c}}$
(6)		(7)		(8)		(9)

## O MÉTODO DESENVOLVIDO (GOLDFARB E CABRAL DA SILVA, 2007)

### ➤ Aplicação Explícita do Método de Kazemipour

Aplicando (1) em (9) e comparando com (7):

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\psi}} V \quad (10)$$

## O MÉTODO DESENVOLVIDO (GOLDFARB E CABRAL DA SILVA, 2007)

### ➤ Aplicação Explícita do Método de Kazemipour

A equação seguinte é a de von Karman-Prandtl para cálculo do escoamento em tubulações pressurizadas de paredes lisas:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \text{Log} \frac{\text{Re} \sqrt{f}}{2,51} \quad (11)$$

## O MÉTODO DESENVOLVIDO (GOLDFARB E CABRAL DA SILVA, 2007)

### ➤ Aplicação Explícita do método de Kazemipour

Para possibilitar a aplicação da Equação (11) no cálculo de canais, à superfície livre, substitui-se na Equação (11), as Equações (1), (8) e (10):

$$Q_c = \frac{4A}{\sqrt{\Psi}} \sqrt{2gRS} \text{Log} \left( 4,51R \frac{\sqrt{gRS}}{v} \right) \quad (12)$$

$$Q_c = \frac{A}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (13) \quad \text{Equação de Manning}$$

## O MÉTODO DESENVOLVIDO (GOLDFARB E CABRAL DA SILVA, 2007)

### ➤ Aplicação Explícita do Método de Kazemipour

A fim de se ter comparações entre os valores da vazão através dos métodos descritos pelas Equações (12) e (13), calculou-se o erro absoluto relativo médio – MARE, definido conforme a Equação (14):

$$MARE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |(Q_{\text{cali}} - Q_{\text{obsi}})| / Q_{\text{obsi}} \quad (14)$$

# Resultados e Discussões

- Os dados utilizados para os cálculos foram obtidos de Powell e Posey (1959) e Pimenta (1966);
- Os critérios utilizados na análise de consistência foram baseados nos valores da relação  $\psi = f_c/f$ :
- Desconsiderada as realizações: i) Se  $\psi < 1$  ou, ii) ou muito maiores do que os previstos pelos modelos matemáticos ( $>1,6$ )
- Foram descartadas 127 realizações do primeiro conjunto e 84 do segundo;



# Resultados e Discussões

- Os canais triangulares lisos referidos têm ângulo externo de  $45^\circ$  (Figura 1):

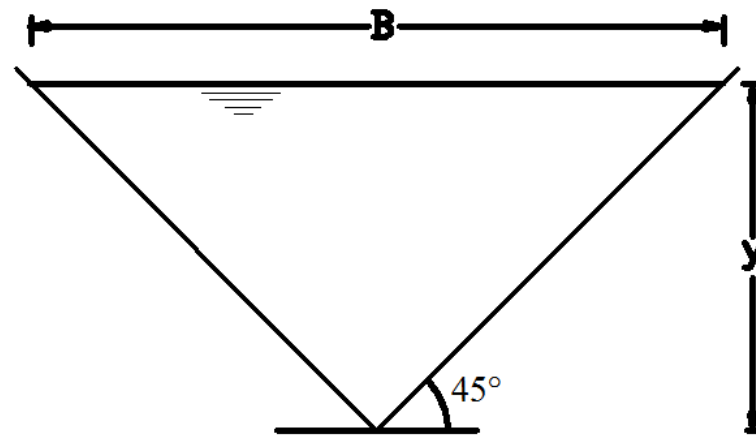


Figura 4 – Esquema da seção utilizada

- Os canais utilizados por Powell e Posey tinham revestimento de placas de metal polido e os de Pimenta, borracha lisa.

# Resultados e Discussões

- Esses conjuntos de dados foram objeto de análises de consistência, tendo sido descartadas diversas realizações do total de dados disponíveis. Os dados utilizados encontram-se resumidos na Tabela 1:

**Tabela 1 – Dados experimentais utilizados, faixas de variação das profundidades, números de Froude e Reynolds**

<b>Dados</b>	<b>Realizações utilizadas</b>	<b>y (m)</b>	<b>Froude</b>	<b>Reynolds (<math>\times 10^4</math>)</b>
Powell e Posey (1959)	30	0,07 - 0,70	0,42 – 2,72	2,43 – 242,13
Pimenta (1966)	62	0,03 - 0,20	0,19 - 2,00	1,27 – 67,85

# Resultados e Discussões

- Nas vazões calculadas através da equação de Manning, o valor utilizado para o coeficiente  $n$ , foi escolhido de forma que proporcionasse os melhores resultados para os valores calculados através desta equação;
- Desta forma, os valores de  $n = 0,0095$  para os dados de Powell e Posey (1959), e  $n = 0,0092$  para os dados de Pimenta (1966) foram calculados como os valores que otimizam os resultados, através do critério do menor *MARE*, e são caracterizados como de canais hidraulicamente lisos.

# Resultados e Discussões

- No gráfico abaixo são mostrados os resultados da aplicação da Equação (12) na forma de vazões adimensionalizadas ( $Q_{\text{calc}}/Q_{\text{obs}}$ ), em função de  $y/y_{\text{máx}}$  bem como os devido à formulação de Manning, para os dados de Powell e Posey (1959).

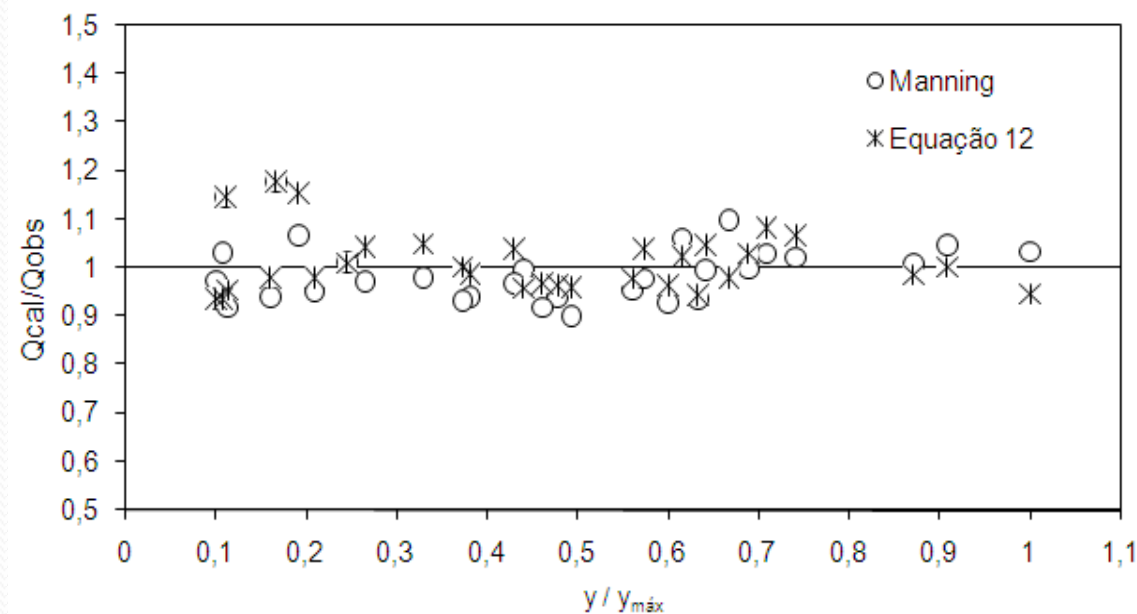


Figura 5 – Vazões adimensionalizadas  $Q_{\text{calc}}/Q_{\text{obs}}$  em função de  $y/y_{\text{máx}}$

# Resultados e Discussões

- No gráfico abaixo são mostrados os resultados da aplicação da Equação (12) na forma de vazões adimensionalizadas ( $Q_{\text{calc}}/Q_{\text{obs}}$ ), em função de  $y/y_{\text{máx}}$  bem como os devido à formulação de Manning, para os dados de Pimenta (1966).

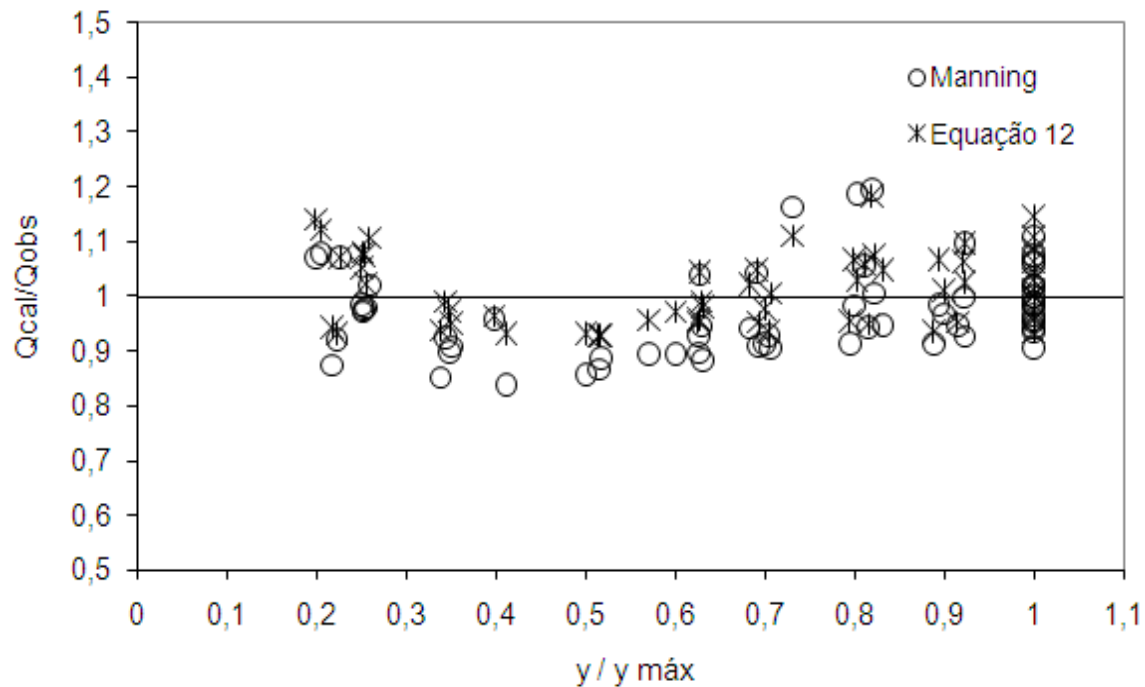


Figura 6 – Vazões adimensionalizadas  $Q_{\text{calc}}/Q_{\text{obs}}$  em função de  $y/y_{\text{máx}}$

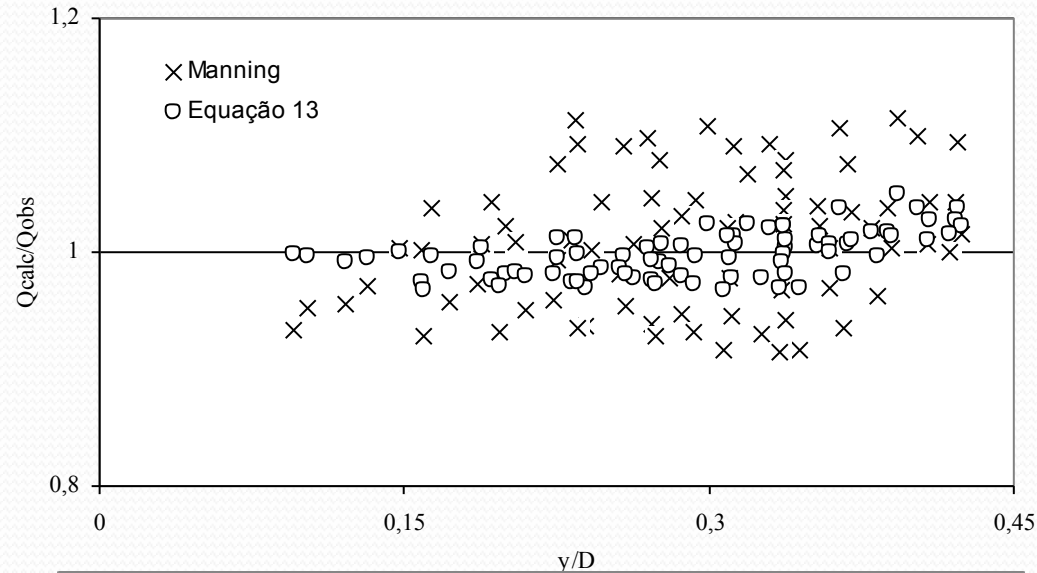
# Resultados e Discussões

- Os valores dos erros absolutos relativos médios - MARE das vazões calculadas através da Equação (12) e de Manning estão mostrados na Tabela abaixo:

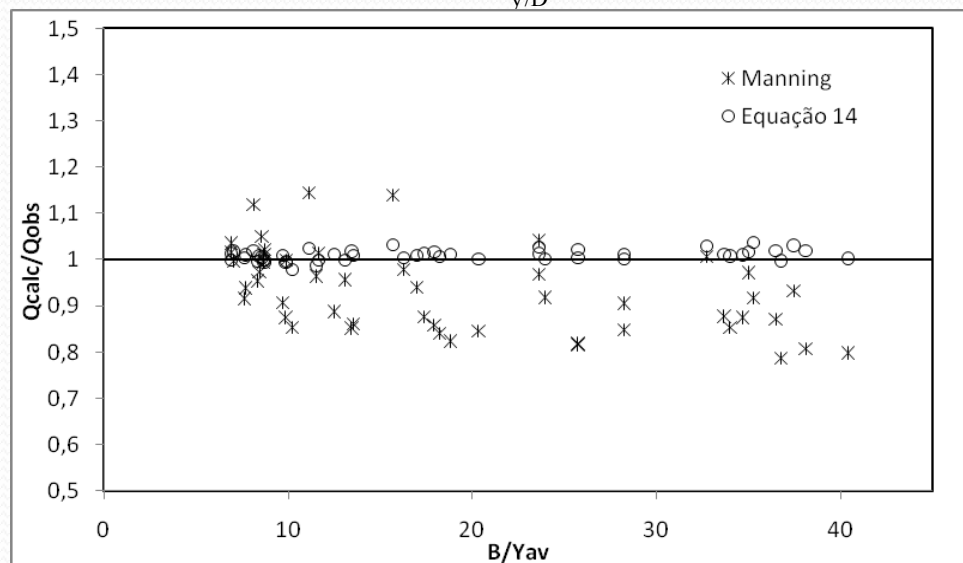
**Tabela 2 - Valores do *MARE* (%) para as aplicações aos dados experimentais**

<b>Dados</b>	<b>Equação [12]</b>	<b>Manning (Eq. [13])</b>
Powell e Posey (1959)	0,959	1,026
Pimenta (1966)	2,380	3,068

# Outros resultados



**Figura 7 - Seção circular lisa  
(Godfarb e Cabral da Silva,  
2007)**



**Figura 8 - Seção retangular lisa  
(Cabral da Silva e Abreu, 2010)**

# Considerações Finais

- **A Equação (12) mostrou-se com desempenho superior à equação de Manning no cálculo do escoamento em canais triangulares lisos para os dados utilizados;**
- **A Equação (12) foi pioneiramente deduzida por Goldfarb e Cabral da Silva (2007), apropriada à aplicação ao escoamento à superfície livre, ou pressurizado em tubos se considerado a seção circular, segundo o parâmetro de forma, para regime turbulento, crítico ou sub-crítico.**



# Considerações Finais

- A validação feita e mostrada nesse trabalho na fase livre é limitada aos valores de  $y$  entre 0,03m e 0,07m. Os número de Froude variaram entre 0,19 e 2,72 enquanto que os números de Reynolds variaram de  $1,27 \times 10^4$  e  $242,13 \times 10^4$ ;
- Atentamos que a presente pesquisa ainda carece de complementação no que se refere aos procedimentos experimentais, especialmente em canais rugosos, haja vista os resultados bem sucedidos com escoamento uniforme nas seções retangular, circular e triangular.

# BIBLIOGRAFIA

**Kazemipour A. K.** (1979). “Cross-Sectional Shape Effects on Resistance to Uniform Flow in Non-Circular Closed Conduits”, Universidade de Queensland, Austrália, Tese de Doutorado. 1979.

**Kazemipour, A. K.; Apelt, C. J.** (1980) “Shape Effects on Resistance to Smooth Semi-Circular Channels”, Department of Civil Engineering, University of Queensland, *Research Report* nº CE18. 1980.

**Keulegan, G. H.** 1938). “Laws of Turbulent Flow in Open Channels”, Journal of Research, National Bureau of Standards, Washington D. C., *Research Paper 1151*, Vol. 21, nº 6, Dec., 1938, pp 707-741.

**Goldfarb M. C.** (2002). “Resistência ao Escoamento Uniforme em Canais Circulares Lisos”, Universidade Federal da Paraíba - UFPB. Centro de Ciências e Tecnologia. Dissertação de Mestrado, 68 p. Campina Grande – PB. 2002.

**Cabral da Silva, T.** (1993). “Efeitos de Forma na Resistência ao Escoamento Uniforme em Canais”, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Tese de Doutorado, 85 p. São Paulo, SP. 1993.

**Cabral da Silva, T.** (1995). “Cálculo do escoamento uniforme em canais retangulares lisos”. In: *XI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*. Recife - Pe, 1995. v. 4. p. 93-98.

**Cabral da Silva, T.** (2003). “Simplificação na Metodologia de Uso do Método de Kazemipour para Cálculo da Vazão em Canais Circulares Lisos”. *XV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos - ABRH*. Anais em CD-ROM. Curitiba, PA. 2003.

# BIBLIOGRAFIA

**Costa, Samara G. Fernandes; Costa de Melo, I.; Cabral da Silva, T.** “Cálculo do escoamento uniforme em canais retangulares lisos a partir da formulação universal de perdas de carga: nova aplicação a dados experimentais”. *XIX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos – ABRH*. Anais em CD-ROM. Maceió, AL. 2011.

**Goldfarb M. C.; Cabral Da Silva, T.** (2007). “Formulação Unificada para Cálculo da Resistência ao Escoamento em Canais e em Tubos Pressurizados Lisos”. *RBRH – Revista Brasileira de Recursos Hídricos*. vol. 12. n. 1. pp 133-140. 2007.

**Pimenta, C. F. (1966).** “Contribuição para o Cálculo da Perda de Carga nos Canais em Regime Uniforme”, Tese para o concurso de Professor Catedrático da POLI/USP. São Paulo, 147p. 1966.

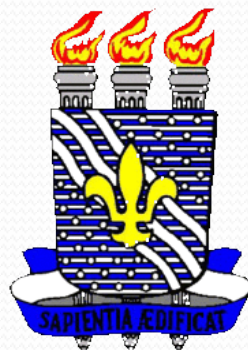
**Powell R. W. and Posey, C. J.** (1959) “Resistance Experiments in a Triangular Channel”. *Journal of the Hydraulics Division*. Proc. ASCE. Vol. 85, Nº HY5. May 1959. pp 31-66.

**Rajaratnam, N.; Muralidhar, D.** (1969). “Boundary Shear Stress Distribution in Rectangular Open Channels”. *La Houille Blanch*. vol. 24, n. 6, pp 603-609. 1969.

**Tracy, H. J.; Lester, C. M.** (1961) “Resistance Coefficients and Velocity Distribution in Smooth Rectangular Channel”. *Geological Survey Water-Supply Paper*, Washington, paper 1952-A, 18 p., 1961.

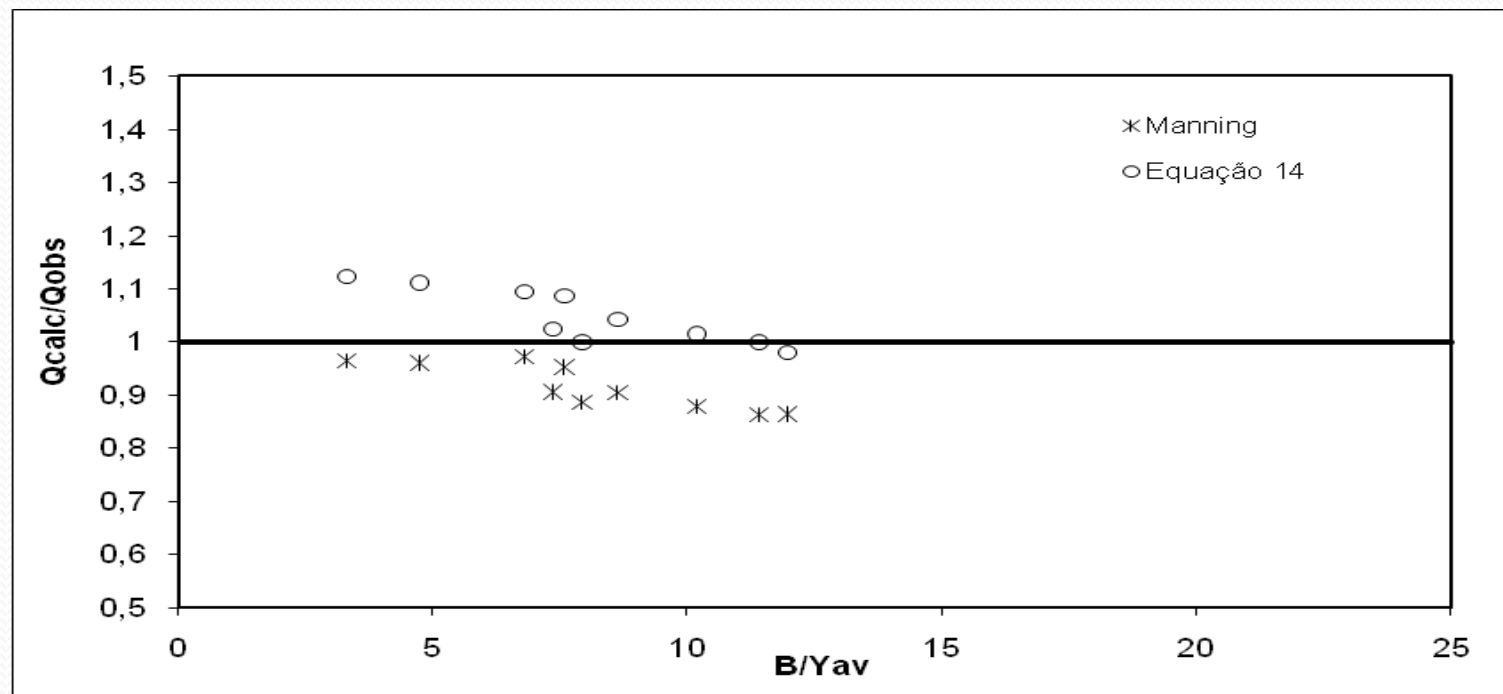
**Shih C. C.; N. S. Grigg** (1967). “A Reconsideration of the Hydraulic Radius as a Geometric Quantity in Open Channel Hydraulics”, *Proc. 12th Congres, IARH*. Vol. 1, (Paper A36), Sept., pp 288-296, 1967.

# AGRADECIMENTOS



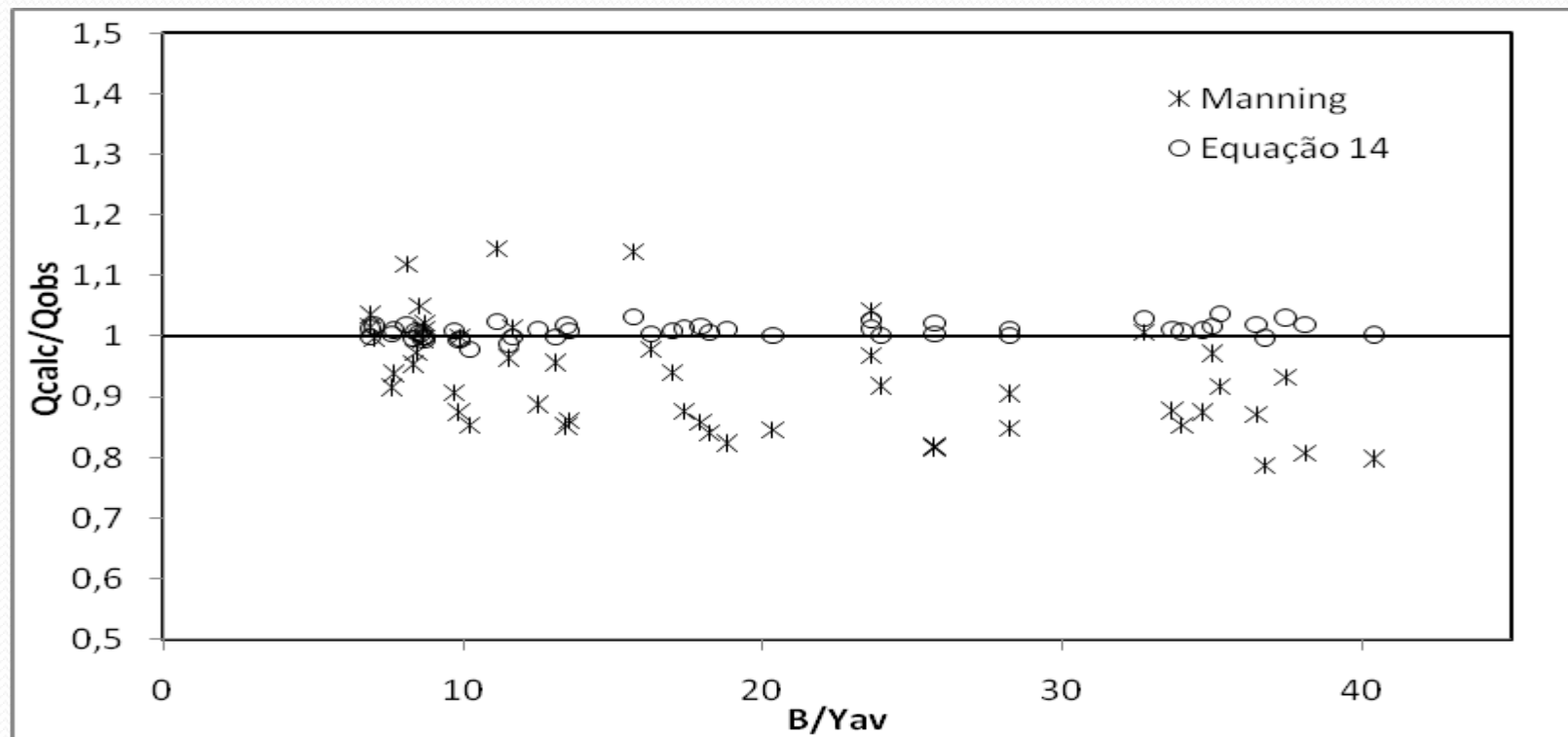
# Resultados e Discussões

- Já o gráfico abaixo, apresenta as vazões adimensionalizadas em função da razão de aspecto, calculadas também através da Equação (14) e fator de aspecto simplificado, e da equação de Manning, para os dados de Rajaratnam e Muralidhar (1969).

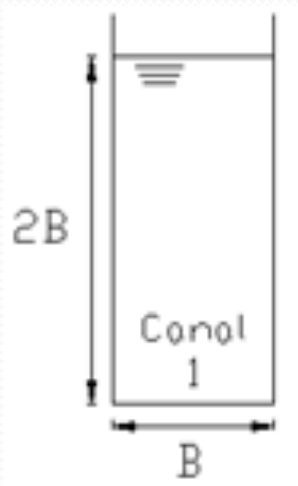


# Resultados e Discussões

- O gráfico abaixo apresenta as vazões adimensionalizadas  $Q_{calc}/Q_{obs}$  em função de  $B/Y_{av}$ , mostra a aplicação da Equação (14) bem como os dados devido a formulação de Manning, para os dados de Tracy e Lester (1961).

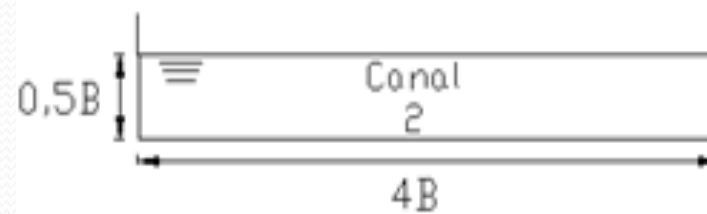


# Raio Hidráulico



$$A_1 = 2B^2$$

$$P_1 = B + 2B + 2B = 5B$$

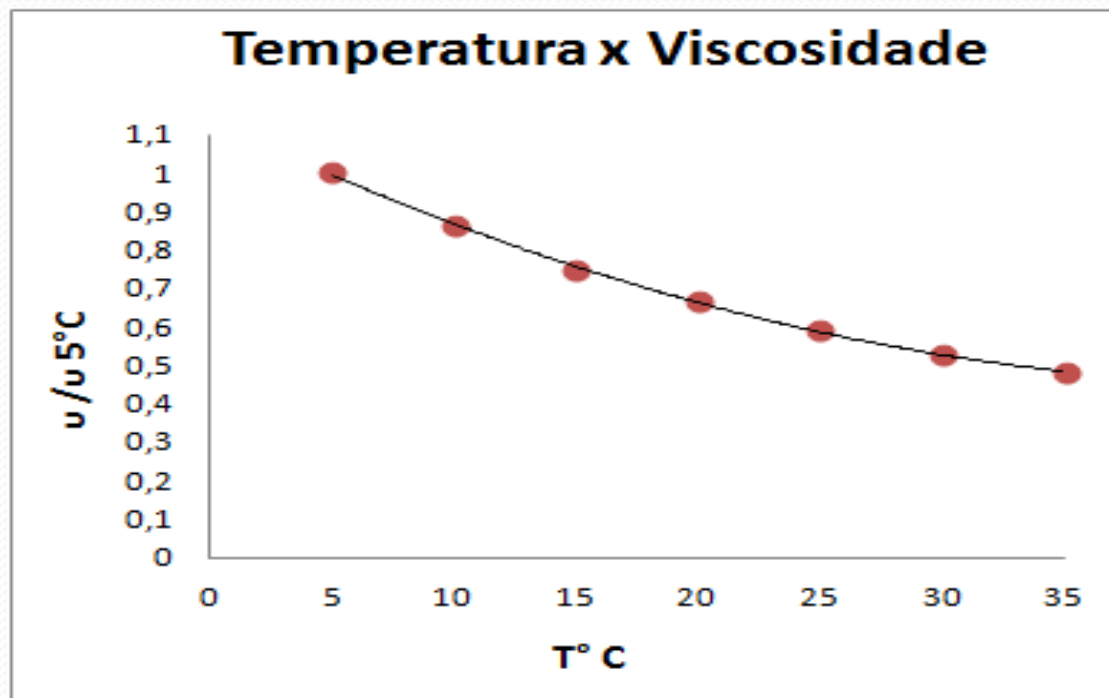


$$A_2 = 4B \times 0,5B = 2B^2$$

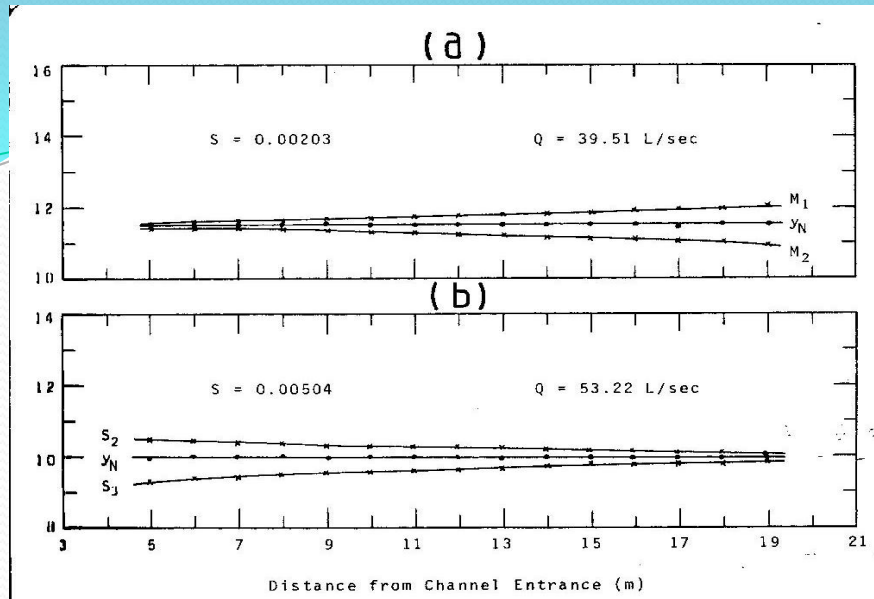
$$P_2 = 4B + 0,5B + 0,5B = 5B$$

$$R_1 = R_2$$

# Temperatura da água x Viscosidade Cinemática







**“New Data On Shape Effects In Smooth Rectangular Channels”**  
 by A. K. Kazemipour & C. J. Apelt  
 (1982) . Journal of Hydraulic  
 Research. Voluem 20, Issue 3, 1982.

