



## XII SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

### **AVALIAÇÃO DE FORMULAÇÃO BASEADA NAS EQUAÇÕES DE COLEBROOK-WHITE E DARCY – WEISBACH PARA CÁLCULO DO ESCOAMENTO EM CANAIS RETANGULARES**

*Sara Almeida de Figueiredo<sup>1</sup> ; Tarciso Cabral da Silva<sup>2</sup>*

**RESUMO** – Nesse trabalho mostra-se uma aplicação de uma nova formulação para o cálculo do escoamento em canais. A expressão foi deduzida a partir das fórmulas de Colebrook – White e de Darcy – Weisbach. Na equação considera-se que a relação entre o coeficiente de atrito para o escoamento uniforme em canais e nos tubos pressurizados é constante e maior do que a unidade, devido aos efeitos derivados da assimetria da secção transversal dos canais. A equação é aplicada para os dados experimentais de canais retangulares hidraulicamente lisos e os resultados foram melhores do que os obtidos a partir da utilização da equação de Manning para o cálculo da vazão.

**ABSTRACT** – In this work is showed a new application of the equation for the calculation of flow in open channels, which was deduced from the formulas of Colebrook - White and Darcy - Weisbach. In the equation is considered that the ratio between the friction factor for the uniform flow in canals and in pressurized pipes is constant and greater than unity due the effects of the channel cross section asymmetry. The equation is applied to experimental data from hydraulically smooth rectangular channels, and the results were better than those obtained from the use of the Manning equation to calculate the flow.

**Palavras-Chave** – escoamento uniforme, coeficiente de atrito, cálculo da vazão.

---

1) Aluna de Graduação do Curso de Engenharia Ambiental da Universidade Federal da Paraíba. Endereço: Av. Sapé, Manaíra, João Pessoa - PB. Fone: (83) 3245 – 8113. Email: sara.afigueiredo@hotmail.com

2) Professor da Universidade Federal da Paraíba. Endereço: Cidade Universitária - João Pessoa – PB. Fone: (83) 3216-7200. Email: tarcisocabral@gmail.com

## 1 - INTRODUÇÃO

Há muito tempo se discute a influência da forma da seção transversal e da rugosidade de canais para o escoamento da água à superfície livre. A desuniformidade na distribuição da tensão de cisalhamento ao longo do perímetro molhado, provocada pela assimetria da seção transversal, dá origem às chamadas correntes transversais ou de circulação. Este fato exige um maior número de considerações a serem feitas no equacionamento da resistência ao escoamento em seções de geometria assimétrica, como as retangulares, por exemplo. Entretanto, a despeito desses efeitos, as formulações desenvolvidas, na sua ampla maioria, incluem apenas a área “A” e o raio hidráulico “R” para a representação da seção transversal, desconsiderando, assim, as consequências da distribuição da tensão de cisalhamento na resistência ao escoamento.

Esse fato levou à tentativa de se desenvolver novas e melhores expressões para o cálculo de vazão em canais na condição de escoamento uniforme. Diversos autores estudaram o uso da formulação universal e as equações para o cálculo do escoamento uniforme à semelhança do escoamento pressurizado em tubos. Lima (2013) deduziu uma expressão para a vazão em canais, escoamento uniforme e testou-a para canais triangulares rugosos tendo sido mais bem sucedida do que a conhecida equação de Manning.

Neste trabalho, aplica-se a equação descrita por Lima (2013) para o cálculo do escoamento uniforme em canal retangular liso, utilizando-se os dados experimentais obtidos por Tuyen e Cheng (2012). Mais uma vez, os resultados foram melhores do que os obtidos com a equação de Manning.

## 2 - METODOLOGIA

Tomando como base as equações de Darcy & Weisbach, Equação (1), e de Colebrook & White, Equação (2), é possível obter a equação conjunta (3), válida para fluxos em condutos pressurizados (Featherstone; Nalluri, 1988).

$$h_f = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{k_s}{3,7D} + \frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

$$V = -2\sqrt{2gDS_f} \log\left(\frac{k_s}{3,7D} + \frac{2,51\nu}{D\sqrt{2gDS_f}}\right) \quad (3)$$

Onde:  $L$  e  $D$  são o comprimento e o diâmetro do conduto, respectivamente;  $f$  é o fator de atrito,  $k_s$  representa a rugosidade absoluta do material do conduto;  $Re$  é o número de Reynolds ( $Re = VD/\nu$ );  $V$  é a velocidade média;  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido; e  $S_f$  a perda de carga,  $h_f$ , por unidade de comprimento ( $S_f = h_f/L$ ), ou perda de carga unitária.

Substituindo essa última equação na obtida para a relação entre as velocidades médias em tubulações pressurizadas e canais abertos, conforme mostrado em (Cabral da Silva; Abreu, 2013), Equação (4), além do diâmetro  $D$  pelo diâmetro equivalente  $D_{equiv} = 4R_H$  e  $S_f$  por  $S_0$ , obteve-se a Equação (5):

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\psi}} V \quad (4)$$

$$V_c = \frac{1}{\sqrt{\psi}} \left\{ -\sqrt{32gR_H S_0} \log\left(\frac{k_s}{14,8R_H} + \frac{1,255\nu}{R_H\sqrt{32gR_H S_0}}\right) \right\} \quad (5)$$

Onde:  $R_H$  é o raio hidráulico ( $R_H = A/P$ ),  $\psi$  é o parâmetro de forma ( $\psi = f_c/f$ ), e  $A$ ,  $P$ ,  $f_c$  e  $f$  são a área molhada, o perímetro molhado, o fator de atrito para canais e o fator de atrito para tubos pressurizados, respectivamente. O parâmetro de forma  $\psi$  é a relação base do conhecido método de Kazemipour (1979), para cálculo da vazão no escoamento uniforme de canais, já utilizado por diversos autores.

Por fim, multiplicando a Equação (5) pela área da seção transversal ( $A$ ) obtemos uma expressão para o cálculo da vazão volumétrica escoada em canais,  $Q_c$ :

$$Q_c = \frac{A}{\sqrt{\psi}} \left\{ -\sqrt{32gR_H S_0} \log\left(\frac{k_s}{14,8R_H} + \frac{1,255\nu}{R_H\sqrt{32gR_H S_0}}\right) \right\} \quad (6)$$

Os resultados obtidos através da Equação [6], no cálculo do escoamento em canais retangulares hidráulicamente lisos (com  $k_s = 0$ ), serão comparados com aqueles advindos da equação de Manning, Equação (7):

$$Q_c = \frac{A}{n} R_H^{\frac{2}{3}} S_0^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

Onde:  $n$  é o coeficiente de rugosidade de Manning para as paredes do canal.

Com o objetivo de se comparar os valores de vazão obtidos por meio das duas equações citadas, Equações (6) e (7), foi calculado o erro absoluto relativo médio – MARE, conforme a Equação (8):

$$MARE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|(Q_{cali} - Q_{obsi})|}{Q_{obsi}} \quad (8)$$

Onde:  $Q_{calc}$  é a vazão calculada através das equações descritas,  $Q_{obs}$  a vazão observada correspondente, sendo  $i$  a ordem da realização e  $m$  o número total delas.

### 3 – RESULTADOS

Para este trabalho, referindo-se à aplicação das equações 6, 7 e 8, foram utilizados dados experimentais de canais retangulares lisos obtidos por Tuyen e Cheng (2012), resumidos na Tabela 1.

A Figura 1 sintetiza a simbologia das grandezas utilizadas neste trabalho, enquanto a profundidade efetiva do escoamento é  $y_{av}$  e a área da seção transversal é  $A$ , igual a  $B \cdot y_{av}$ . A razão  $B/y_{av}$  é denominada razão de aspecto.

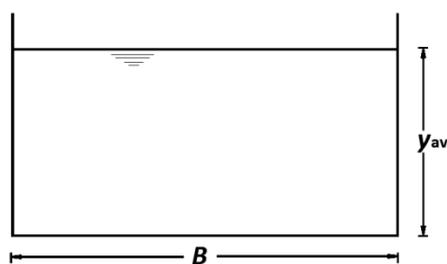


Figura 1 - Grandezas geométricas utilizadas

Tabela 1 – Conjunto de dados utilizados devido a Tuyen e Cheng (2012)

Número de Realizações	Faixa de Vazões (m <sup>3</sup> /s)	Razão de aspecto B/y <sub>av</sub>	Froude	Reynolds (x10 <sup>4</sup> )
200	0,00003- 0,00057	0,126- 1,525	0,99 - 3,68	0,41 - 2,47

Os experimentos foram conduzidos em um canal de vidro com declividade variando entre 0,017 e 0,176. Devem ser destacados os valores da faixa de razão de aspecto, caracterizando escoamento em canais estreitos, ou seja,  $B/y_{av}$  menores do que 8, segundo Cabral da Silva e Abreu (2013).

Com o intuito de se alcançar os melhores resultados, foi feita uma calibração do fator de forma utilizado na Equação (6), de modo que fosse escolhido aquele que produzisse o menor MARE, tendo sido encontrado o valor de  $\psi = 1,09$ , conforme mostrado na Figura 2.

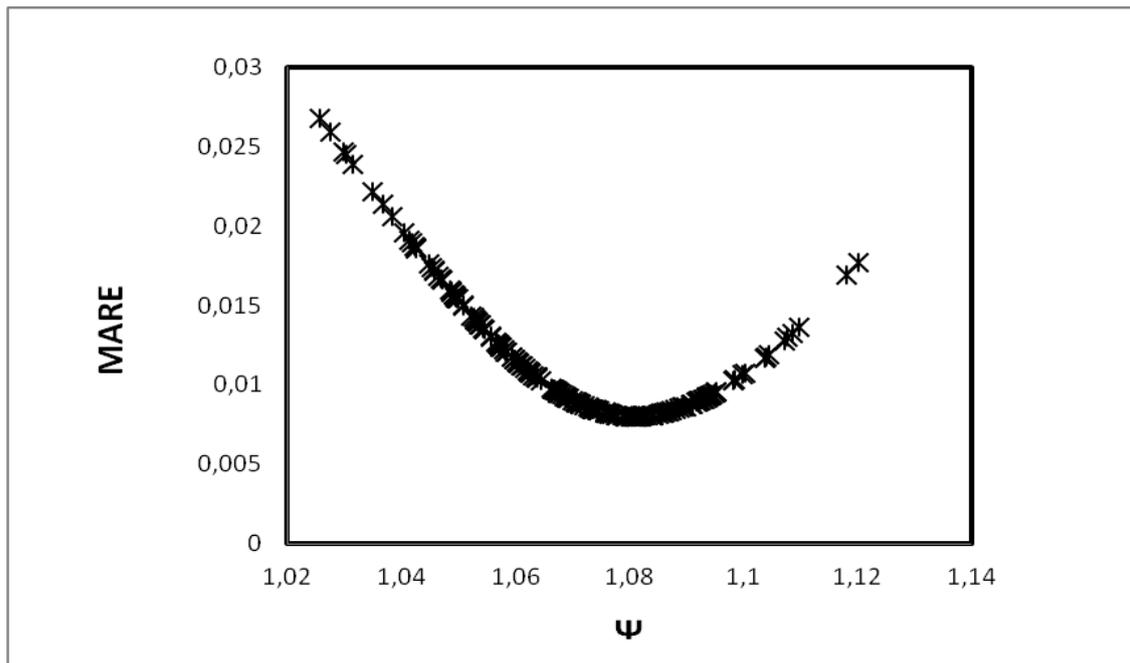


Figura 2 – Gráfico dos valores do  $\psi$  x MARE para os dados de Tuyen e Cheng (2012)

Do mesmo modo, foi feita a calibração para os coeficientes de Manning, tendo sido encontrado o valor  $n = 0,008$  como o que produziu o menor MARE, como se pode ver na Figura 3.

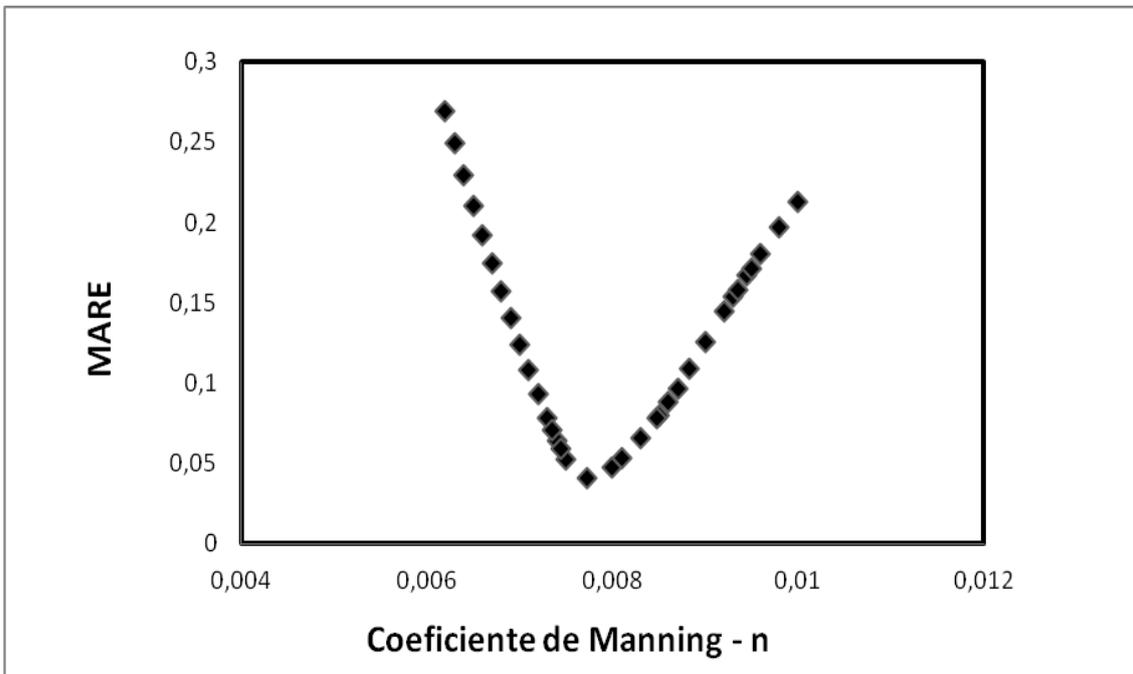


Figura 3 – Gráfico dos valores de  $n \times \text{MARE}$  para os dados de Tuyen e Cheng (2012)

Na Figura 4 está apresentado um gráfico que mostra a relação entre as vazões adimensionalizadas, ou seja, vazões calculadas com as Equações (6) e (7) sobre as vazões observadas, e a razão de aspecto do canal, utilizando-se os valores mencionados para o fator de forma e o coeficiente de Manning.

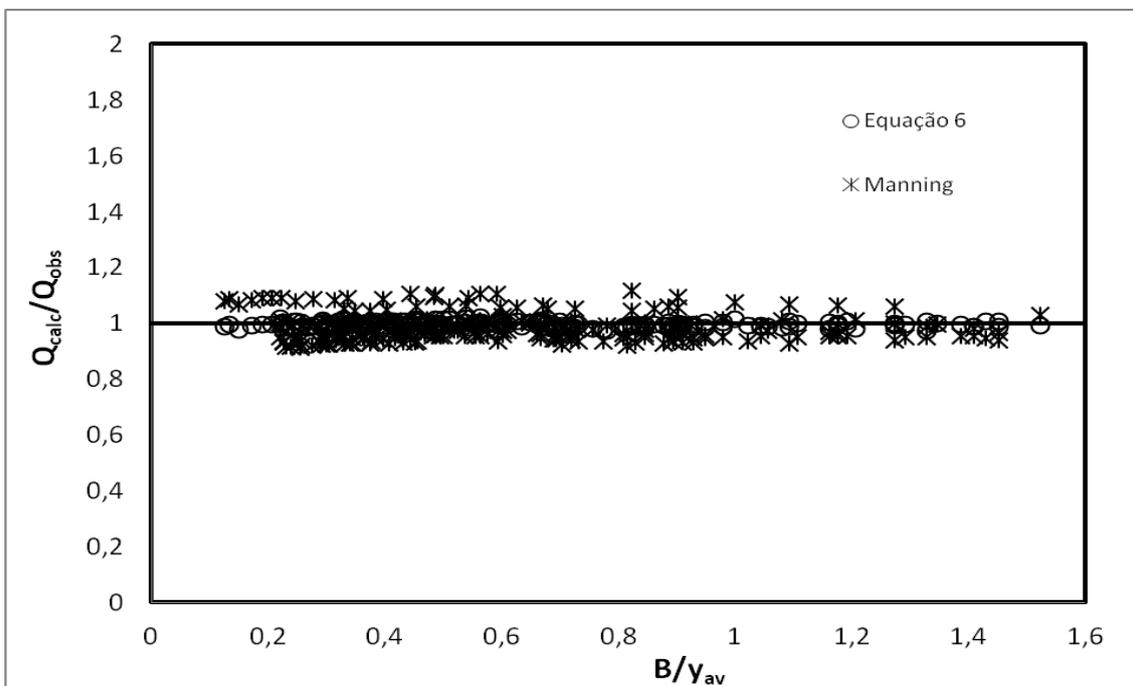


Figura 4 – Gráfico dos valores de  $Q_{\text{calc}}/Q_{\text{obs}} \times B/y_{\text{av}}$  para os dados de Tuyen e Cheng (2012)

Na Tabela 2, são mostrados os valores do erro absoluto relativo médio, MARE, para as Equações (6) e (7).

Tabela 2 - Valores do *MARE* (%) para as aplicações aos dados experimentais

Dados	Equação (6)	Manning Eq. (7)
Tuyen e Cheng (2012)	0,87	4,78

Foram geradas, também, curvas de tendência para analisar o comportamento do fator de forma  $\psi$  em relação ao número de Reynolds e ao número de Froude, como se pode observar nos gráficos das Figuras 5 e 6.

Fica claro, a partir dos valores dos números de Reynolds e Froude que os dados abrangem as faixas menores do que 1 para o número de Froude e acima de 4.100, e portanto, a aplicação pode ser considerada válida para escoamento turbulento, regime fluvial ou rápido.

Outra observação relevante é que os valores de  $\psi$  são sempre maiores do que a unidade, ou seja, confirma-se serem maiores os coeficientes de atrito do escoamento uniforme no canal do que o similar em tubos pressurizados lisos ( $f_c/f > 1$ ).

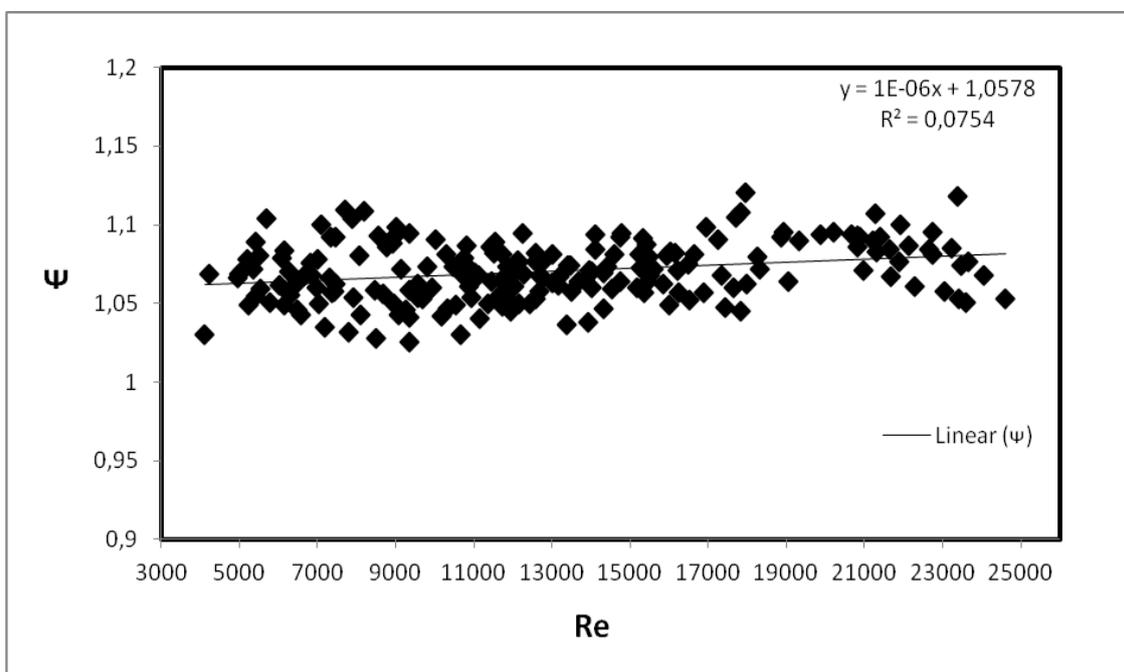


Figura 5 – Valores do número de Reynolds para os dados de Tuyen e Cheng (2012)

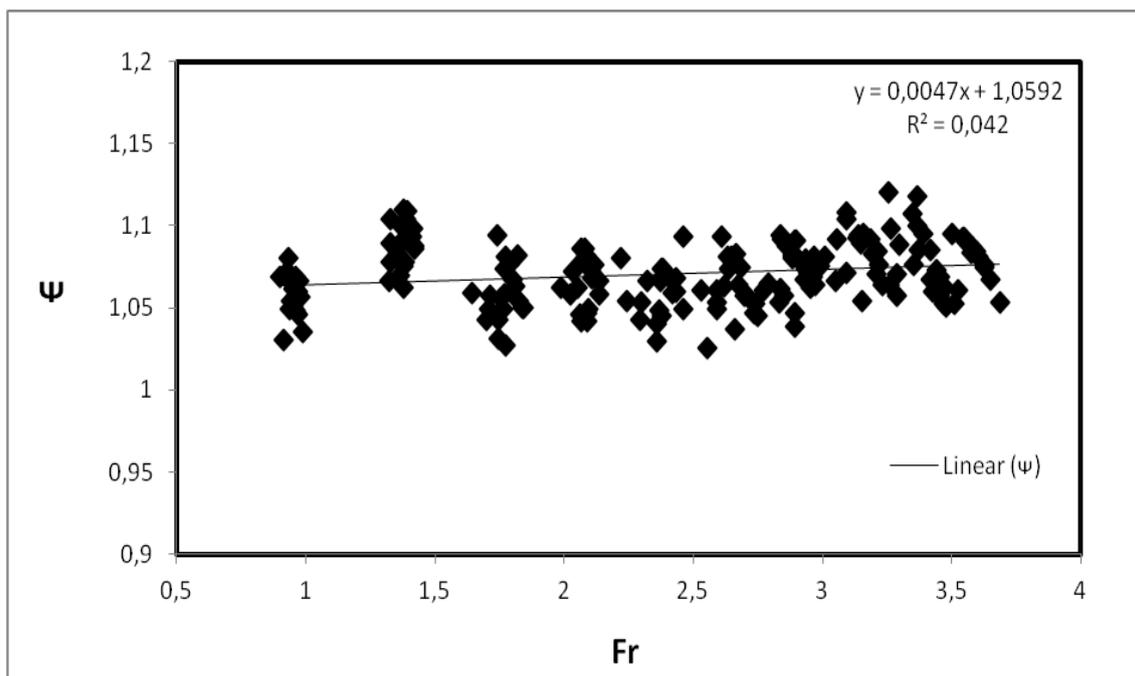


Figura 6 – Valores do número de Froude para os dados de Tuyen e Cheng (2012)

#### 4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observando-se o erro absoluto relativo médio, MARE, encontrado para as duas equações utilizadas, pode-se constatar a superioridade da Equação (6) em relação ao desempenho da equação de Manning no cálculo do escoamento em canais retangulares hidráulicamente lisos, para o conjunto de dados utilizado, relativo a escoamento turbulento, regime fluvial ou rápido.

Com relação à variação do fator de forma  $\psi$  para o número de Reynolds e o número de Froude, as linhas de tendência geradas apresentaram coeficientes angulares levemente positivos. Entretanto, o baixo valor desses coeficientes permite considerar o fator de forma como sendo praticamente constante em relação aos dois parâmetros adimensionais.

Pode-se ser concluído que a formulação utilizada apresentou resultados mais precisos e de maneira mais simplificada, tendo em vista o seu caráter completamente explícito, permitindo maior eficácia na avaliação de sistemas que utilizem canais com escoamento à superfície livre.

**AGRADECIMENTOS** dos autores ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pela concessão das bolsas de pesquisa para o desenvolvimento deste trabalho, parte da pesquisa sobre novas formulações para a resistência ao escoamento em canais, em andamento no Centro de Tecnologia da Universidade Federal da Paraíba.

## BIBLIOGRAFIA

CABRAL DA SILVA, T.; ABREU, M. S. D. (2013). “Cálculo do Escoamento Uniforme em Canais Retangulares Lisos a Partir da Formulação Universal de Perdas de Carga: Aplicação a Dados Experimentais”. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 18, p. 117-125, 2013.

FEATHERSTONE, R. E.; NALLURI, C. (1988). *Civil Engineering Hydraulics*. 2. Edition. BSP Professional Books. Oxford, England.

KAZEMIPOUR A. K. (1979). “Cross-Sectional Shape Effects on Resistance to Uniform Flow in Non-Circular Closed Conduits”. Queensland University, Austrália, Tese de Doutorado.

LIMA, E. G. F. S. (2013). “Novas formulações para dimensionamento de canais considerando os efeitos de forma na resistência ao escoamento uniforme: seções triangulares hidraulicamente rugosas.” Dissertação (Mestrado em Engenharia Urbana e Ambiental). Universidade Federal da Paraíba. 73p. João Pessoa.

NGUYEN, B. T.; CHENG, N. S. (2012). “Flow resistance in smooth rectangular open-channels with low aspect ratios.” *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 138, nº. 9, pp. 817-821.