



XII SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS MODELOS HUI-NASH, HUI-NASH GEOMORFOLÓGICO E HU-MÍNIMOS QUADRADOS

Luiz Henrique Resende de Pádua¹; Mauro Naghettini²

RESUMO – A estimação de hidrogramas unitários (HU) para estudos de vazões de enchentes tem sido prática frequente em estudos hidrológicos. Modelos conceituais de HU, como o HUI de Nash (HUI-Nash), bem como o HU convencional, obtido por técnicas de mínimos quadrados (HU-MMQ), são estimados com base em dados históricos de chuva e vazão, em bacias monitoradas. Para bacias pouco ou não monitoradas modelos como HUIG-Nash, podem ser utilizados para a dedução de hidrogramas unitários instantâneos. Este trabalho mostra uma comparação entre os resultados da aplicação desses três modelos à bacia hidrográfica do rio Paraopeba a montante da estação fluviométrica de Belo Vale, com uma área de 2770 km² no Estado de Minas Gerais. Os resultados mostraram uma eficiência satisfatória na aplicação desses modelos para a estimação dos hidrogramas de vazões de cheias, quando comparados aos hidrogramas observados.

ABSTRACT– The estimation of unit hydrographs (UH) for flood flow studies is a current practice in engineering hydrology. Conceptual UH models, such as the IUH-Nash, as well as conventional Least-Squares UH are based on historical rainfall-runoff data and are usually applied in gauged basins. For ungauged or poorly gauged basins, the unit hydrograph may be derived using GIUH-Nash model. This paper shows a comparison among these models as applied to the Paraopeba river watershed upstream of the Belo Vale flow gauge station, with a drainage area of 2770 km², located in the Brazilian State of Minas Gerais. The results showed a satisfactory efficiency in the application of these models for derivation of flood hydrographs as compared to observed hydrographs.

Palavras-Chave – Modelo HU-Nash, Modelo HUIG-Nash, Modelo Mínimos Quadrados, Hidrograma Unitário, Hidrograma Unitário Instantâneo, Bacia do Alto São Francisco

1) Mestrando PPG SMARH, Escola de Engenharia da UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, fone (31) 3409-1882.

2) Professor Associado PPG SMARH, Escola de Engenharia da UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, CEP 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, fone (31) 3409-1002.

INTRODUÇÃO

O conceito do Hidrograma Unitário (HU), desenvolvido por Sherman (1932), mais tarde generalizado como Hidrograma Unitário Instantâneo (HUI), é comumente empregado para a modelagem hidrológica em bacias hidrográficas, utilizando-se de dados disponíveis de chuva e vazão. O HU fornece a variação temporal do escoamento superficial direto resultante, em uma dada seção fluvial, de um pulso unitário de chuva efetiva de certa duração, uniformemente distribuído sobre a bacia hidrográfica. Conforme Bhunya *et al.* (2008), quando o período ou duração efetiva é um infinitésimo, o HU corresponde ao HUI (Hidrograma Unitário Instantâneo). Observe-se que o HUI permite o cálculo do HU para qualquer duração discreta.

O HU pode ser deduzido do hidrograma de vazões e do hietograma de chuva efetiva por meio de duas técnicas principais. A primeira é a dos mínimos quadrados (HU-MMQ) e corresponde a uma abordagem não-paramétrica, baseada na minimização da soma dos erros quadráticos de estimação do HU, pela aplicação do sistema das equações de convolução a pontos discretos. A segunda é a abordagem paramétrica e refere-se à aplicação de curvas funcionais, prescritas com um número limitado de parâmetros, os quais podem ser estimados por meio da otimização de uma certa função objetiva ou pelo método dos momentos convencionais, enquadrando-se nesta categoria o modelo conceitual de HUI-Nash, proposto por Nash (1957).

Outra possível abordagem para se obter o HU de uma bacia hidrografia, é o Hidrograma Unitário Instantâneo Geomorfológico (HUIG). Proposto inicialmente por Rodriguez-Iturbe e Valdés (1979), adveio da necessidade do estudo de vazões em bacias hidrográficas pouco ou não monitoradas. O modelo de HUIG baseia-se nas características geomorfológicas da bacia, e é parametrizado em termos das leis de Horton (Horton 1945) e da ordenação de Strahler (Strahler 1957) do sistema de drenagem, segundo Sahoo *et al.* (2006). Rosso (1984) apresenta uma simplificação do HUIG, a qual será aqui referida como HUIG-Nash.

Neste contexto insere-se a proposta deste trabalho, cujos objetivos são: (i) identificar o HU-MMQ, o HUI-Nash e o HUIG-Nash, com base em dados diários observados em uma bacia hidrográfica brasileira; (ii) comparar os hidrogramas de vazões diárias, resultantes da convolução de pulsos de chuva efetiva através das referidas funções de transferência, com os hidrogramas observados; e (iii) verificar qual (quais) modelo (s), entre os propostos, melhor se adequa (m) ao caso de estudo.

DESCRIÇÃO DOS MODELOS HIDROLOGICOS

Os modelos utilizados HU-MMQ, HUI-Nash e HUIG-Nash, são descritos a seguir.

Modelo HU-MMQ

A base do modelo HU-MMQ é o sistema sobredeterminado, formado pelas equações da convolução discreta do HU, que permite o cálculo das n ordenadas do escoamento direto Q_n , a partir dos m pulsos de chuva efetiva P_m e das $(n-m+1)$ ordenadas do HU. Formalmente,

$$Q_n = \sum P_m U_{n-m+1} \quad (1)$$

Expressando (1) em forma matricial tem-se

$$[P][U] = [Q] \quad (2)$$

Segundo Chow et al. (1988), de posse de $[P]$ e $[Q]$, é possível obterem-se as ordenadas do HU por meio da minimização dos erros quadráticos entre as vazões observadas e calculadas, e da operação de inversão de matriz, com o auxílio da matriz transposta, resultando no chamado método de identificação da função de transferência HU-MMQ. Com efeito, para resolver a equação (2) para $[U]$, a matriz retangular $[P]$ é reduzida a uma matriz quadrada $[Z]$, multiplicando ambos os membros da referida equação pela transposta de $[P]$, denotada por $[P]^T$, que é formada pela alternância das linhas e colunas de $[P]$. Em seguida, os dois membros são multiplicados pela inversa $[Z]^{-1}$ da matriz $[Z]$, resultando em

$$[U] = [Z]^{-1}[P]^T[Q] \quad (3)$$

onde $[Z] = [P]^T[P]$.

Modelo HUI-Nash

Este método admite que uma bacia hidrográfica pode ser representada por uma série de n reservatórios lineares idênticos, ou seja, todos com a mesma constante de armazenamento k . A combinação dos n reservatórios, conduz ao Hidrograma Unitário Instantâneo HUI-Nash, proposto por Nash (1957).

A resposta de um sistema linear é caracterizada por uma função de resposta a um impulso. Se um sistema recebe um impulso unitário aplicado instantaneamente no tempo τ , a resposta do sistema no tempo $t > \tau$ é descrita pela função de resposta do impulso unitário $u(t - \tau)$; $t - \tau$ é o intervalo de tempo desde a aplicação do impulso.

Para um reservatório inicialmente vazio, que recebe um pulso unitário de água, a função de descarga resultante $Q(t)$ é a função de impulso de resposta, segundo Chow et al. (1988). Se $I(\tau)$ representa a intensidade de precipitação e $d\tau$ representa um tempo de intervalo infinitesimal, então $I(\tau)d\tau$ é a altura de precipitação inserida no sistema durante o intervalo de tempo. O escoamento direto no instante $(t - \tau)$, por unidade de tempo, resultante dessa inserção, é $I(\tau)u(t - \tau)d\tau$. A resposta para a completa função de inserção $I(\tau)$ pode ser obtida por integração dos pulsos constituintes.

A função de resposta para o impulso de um reservatório linear, conforme Chow et al. (1988), é dada por:

$$u(t - \tau) = (1/k) \exp[-(t - \tau)/k] \quad (4)$$

Combinando sequencialmente as respostas para n reservatórios em série, tem-se a forma analítica do modelo de Nash-HUI, que é idêntica à função densidade de probabilidade (FDP) Gama,

$$q_n(t) = \frac{1}{k\Gamma(n)} \left(\frac{t}{k}\right)^{n-1} e^{-t/k} \quad (5)$$

onde t = tempo considerado; $u(t)$ = ordenada do HUI para o instante t ; n = parâmetro de forma, denotando o número de reservatórios lineares; e k = parâmetro de escala, denotando o coeficiente de armazenamento.

Modelo HUIG-Nash

Rodriguez-Iturbe e Valdes (1979) definem o HUIG como a FDP do tempo necessário para que uma gota de água seja transportada de qualquer ponto da bacia hidrográfica até o seu exutório. Por meio de análise de regressão, obtiveram as seguintes expressões para o tempo e a vazão de pico:

$$q_p(t) = 0,364 \frac{R_L^{0,43} \cdot u}{L_\Omega} \quad (6)$$

$$t_p = 1,584 \left(\frac{R_b}{R_a}\right)^{0,55} \frac{R_L^{-0,38} \bar{L}_\Omega}{u} \quad (7)$$

onde t_p = tempo de pico; q_p = vazão de pico; u = velocidade; \bar{L}_Ω = comprimento médio do canal de maior ordem da bacia; R_a , R_b , R_L = índices de Horton, quais sejam, as relações de área, bifurcação e comprimentos médios, respectivamente.

Rosso (1984) demonstrou, através de métodos numéricos e análise de regressão, que, em conformidade à representação do HUIG por uma FDP Gama, os parâmetros n e k podem ser expressos por

$$n = 3,29 \left(\frac{R_b}{R_a}\right)^{0,78} R_L \quad (8)$$

$$k = 0,70 \left[\frac{R_a}{(R_b \cdot R_L)}\right]^{-0,48} \left(\frac{\bar{L}_\Omega}{u}\right) \quad (9)$$

Vê-se, portanto, que, conforme a representação HUIG-Nash, os parâmetros que descrevem a função de transferência (PDF Gama) relacionam-se às características geomorfológicas da bacia.

ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo compreende a bacia do rio Paraopeba até a estação fluviométrica de Belo Vale, pertencente à bacia do alto rio São Francisco em Minas Gerais, bacia 40, conforme designação ANEEL e CPRM. As principais características dessa bacia podem ser visualizadas na

Tabela 1. A bacia foi escolhida por estar situada em uma região com disponibilidade de dados pluviométricos e fluviométricos compatíveis com os objetivos deste trabalho.

Dados geomorfológicos e hidrológicos são necessários para a aplicação dos modelos escolhidos. Os dados geomorfológicos, que incluem a topografia da região, foram obtidos através de Modelo Digital de Elevação (MDE), do projeto Topodata do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), elaborados a partir de dados SRTM disponibilizados pelo USGS na rede mundial de computadores.

Os dados hidrológicos da referida bacia, que incluem os dados diários de precipitação e vazão, foram obtidos por acesso via portal Hidroweb da Agência Nacional de Águas (ANA) às observações dos postos pluviométricos e fluviométricos na região em estudo.

Tabela 1 – Bacias Hidrográficas

| Numero da Bacia | Nome da Bacia | Área da Bacia | Numero de Anos |
|-----------------|---------------|----------------------|----------------|
| 40710000 | Belo Vale | 2770 km ² | 19 |

METODOLOGIA E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Para todos os modelos utilizados, foi separado, para cada ano de registros disponíveis na estação fluviométrica, o evento anual de máxima vazão. Dessa forma foram obtidos 19 eventos, sendo esses utilizados para calibração e posterior aferição dos hidrogramas calculados. Para a calibração, foram utilizados 15 eventos; os 4 restantes foram separados para aferição.

HU Mínimos Quadrados

Para obtenção dos hidrogramas de escoamento direto (DRH) e hietogramas de chuvas efetivas (ERH), *inputs* para o modelo do HU-MMQ, primeiramente foram obtidos, junto ao portal *web* da ANA, os dados referentes aos valores diários observados, para a estação fluviométrica. De posse dos dados diários de vazões, foi utilizada a técnica *Simple Hydrograph Separation*. De acordo com essa técnica, conforme apresentada em Linsley *et al.* (1949), os pontos de início e fim do escoamento base são definidos por um número N , dado em dias, que varia conforme a declividade e a área da bacia.

A chuva efetiva foi obtida através do índice \emptyset . O índice \emptyset corresponde à constante de abstração em mm/h, que deve ser aplicada a todos os pulsos do hietograma de chuva bruta de modo a resultar na altura total do escoamento direto. Desse modo, é possível separar o hietograma de chuva efetiva ERH para a bacia em estudo. De posse dos ERH e DRH, puderam ser obtidos os HU's conforme equação 3, para os 15 eventos de calibração.

O HU mais representativo para a bacia em estudo foi obtido utilizando-se a técnica da Curva-S, conforme recomendação de Chow *et al.* (1988). Gerou-se uma curva-S para cada um dos 15

eventos; a curva-S final foi obtida pela mediana dos 15 valores. O HU-MMQ mediano, de duração de 1 dia, obteve-se a partir da subtração de duas curvas-S, defasadas de 1 dia.

Parâmetros n e k do modelo Nash-HUI

Pela equação (5) tem-se que, o primeiro e segundo momento do HUI, em relação a origem $t = 0$, são respectivamente:

$$M_1 = nk \quad (10)$$

$$M_2 = n(n + 1)k^2 \quad (11)$$

O método dos momentos pode ser usado para se estimarem os parâmetros k e n , a partir dos ERH e DRH observados em uma certa bacia, proporcionando assim um método de cálculo de (5). Conforme Chow et al. (1988), se M_{I1} é o primeiro momento do ERH em relação à origem, dividido pela chuva total efetiva, e M_{Q1} é o primeiro momento do DRH em relação à origem dividido pelo escoamento direto, então:

$$M_{Q1} - M_{I1} = nk \quad (12)$$

Se M_{I2} é o segundo momento do ERH em relação à origem, dividido pelo excesso de chuva, e M_{Q2} , é o segundo momento do DRH em relação à origem, dividido pelo escoamento direto, tem-se que:

$$M_{Q2} - M_{I2} = n(n + 1)k^2 + 2nkM_{I1} \quad (13)$$

Assim, calculando-se os valores de M_{I1} , M_{Q1} , M_{I2} e M_{Q2} a partir dos dados hidrológicos, os valores de n e k podem ser obtidos por (12) e (13), estimando-se assim o HUI. Nas Tabelas 2 e 3 estão apresentados os valores dos momentos de ordens 1 e 2, calculados a partir dos 15 eventos chuva-vazão observados na bacia em estudo.

Tabela 2 – M_{I1} , M_{Q1} - Belo Vale

| Evento | M_{I1} | M_{Q1} | Evento | M_{I1} | M_{Q1} |
|--------|----------|----------|--------|----------|----------|
| E1 | 49,07 | 82,01 | E09 | 26,05 | 74,38 |
| E2 | 30,84 | 84,82 | E10 | 12,00 | 45,52 |
| E3 | 35,57 | 52,72 | E11 | 12,00 | 79,16 |
| E4 | 12,00 | 58,20 | E12 | 17,91 | 82,57 |
| E5 | 12,00 | 81,51 | E13 | 12,00 | 109,77 |
| E6 | 12,00 | 56,23 | E14 | 12,00 | 88,76 |
| E7 | 23,08 | 143,61 | E15 | 49,65 | 110,20 |
| E8 | 26,64 | 79,03 | | | |

Tabela 3 – M_{I2} , M_{Q2} - Belo Vale

| Evento | M_{I2} | M_{Q2} | Evento | M_{I2} | M_{Q2} |
|--------|----------|----------|--------|----------|----------|
| E1 | 2756,01 | 8174,39 | E09 | 1203,76 | 6850,16 |
| E2 | 1096,73 | 8168,05 | E10 | 192,00 | 2884,28 |
| E3 | 1323,80 | 2983,25 | E11 | 192,00 | 7528,41 |
| E4 | 192,00 | 3981,58 | E12 | 475,71 | 8354,61 |
| E5 | 192,00 | 7158,00 | E13 | 192,00 | 13551,88 |
| E6 | 192,00 | 3786,87 | E14 | 192,00 | 9184,75 |
| E7 | 723,91 | 22591,77 | E15 | 2801,69 | 13882,36 |
| E8 | 894,98 | 7332,76 | | | |

Finalmente, para o cálculo de n e k , fez-se primeiramente a média dos momentos obtidos e posterior obtenção dos parâmetros por meio das equações 12 e 13. As estimativas resultantes estão apresentadas na Tabela 4. Conforme menção anterior, é possível obter-se o HU discreto de 1 dia a partir do HUI, pela subtração de duas curvas-S (construídas com o HUI) defasadas de 1 dia.

Tabela 4 – Parâmetros do HUI-Nash

| Bacia | n | k | nk |
|-----------|------|-------|-------|
| Belo Vale | 2,39 | 24,02 | 57,64 |

Parâmetros n e k do modelo Nash-HUIG

A topografia com elevação, sistema de drenagem e contornos foram mapeadas através das imagens MDE. Para a extração dos parâmetros geomorfológicos foi utilizado um software GIS (ArcGis 10.1).

Os valores de R_a , R_b e R_L foram obtidos, conforme Rodriguez-Iturbe e Valdés (1979), pelas relações: $R_a = A_u/A_{u-1}$; $R_b = N_u/N_{u+1}$; $R_L = \bar{L}_u/\bar{L}_{u-1}$, nas quais A_u = área média da bacia de ordem u , N_u = número de segmentos de canal de cada ordem, \bar{L}_u = comprimento médio do canal de ordem u . O parâmetro \bar{L}_Ω pode ser obtido diretamente da análise da topografia, correspondendo ao comprimento do canal de maior ordem na bacia.

Para a obtenção das estimativas dos parâmetros n e k , utilizaram-se as equações 8 e 9. Os valores obtidos para a bacia em estudo estão sintetizados na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros Geomorfológicos

| Bacia | R_a | R_b | R_L | \bar{L}_Ω | n | k |
|-----------|-------|-------|-------|------------------|-------|--------|
| Belo Vale | 1,953 | 1,953 | 1,463 | 26,7 km | 3,379 | 28,054 |

RESULTADOS E COMPARAÇÃO DOS MODELOS

Os hidrogramas DRH, calculados pela convolução através dos três modelos HU-MMQ, HUI-Nash e HUIG-Nash, foram comparados com os DRH's observados. Duas importantes características do hidrograma de escoamento direto são o pico de descarga Q_p e o tempo de pico da descarga T_p . Essas duas características são estudadas nesta fase do trabalho para avaliar a performance dos HU's. O método baseia-se na verificação da diferença entre o pico de descarga observado e calculado, assim como o tempo de pico observado e calculado. Definida inicialmente por Lee (1972), adotou-se a função de erro, aqui denominada (ERR1), dada por:

$$ERR1 = \left[\left(\frac{Q_P - \hat{Q}_P}{\hat{Q}_P} \right)^2 + \left(\frac{T_P - \hat{T}_P}{\hat{T}_P} \right)^2 \right]^{1/2} \times 100 \quad (14)$$

Na equação 14, \hat{Q}_P e \hat{T}_P representam o pico de descarga e seu respectivo tempo, do hidrograma calculado.

Outro modo de avaliação utilizado foi o Coeficiente de Eficiência de Nash-Sutcliffe, conforme proposto por Sucliffe e Nash (1970). O desempenho será considerado bom se o valor de R^2 , conforme cálculo pela equação (15), superar 0,75, e aceitável se ficar entre 0,36 e 0,75.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_1^m (Q_{obs} - Q_{est})^2}{\sum_1^m (Q_{est} - \bar{Q})^2} \quad (15)$$

Hidrogramas DRH's

Foram calculados 4 hidrogramas para os eventos teste, com base nos parâmetros calculados pelos 15 outros hidrogramas observados. Os resultados estão apresentados na Figura 1 e Tabela 6.

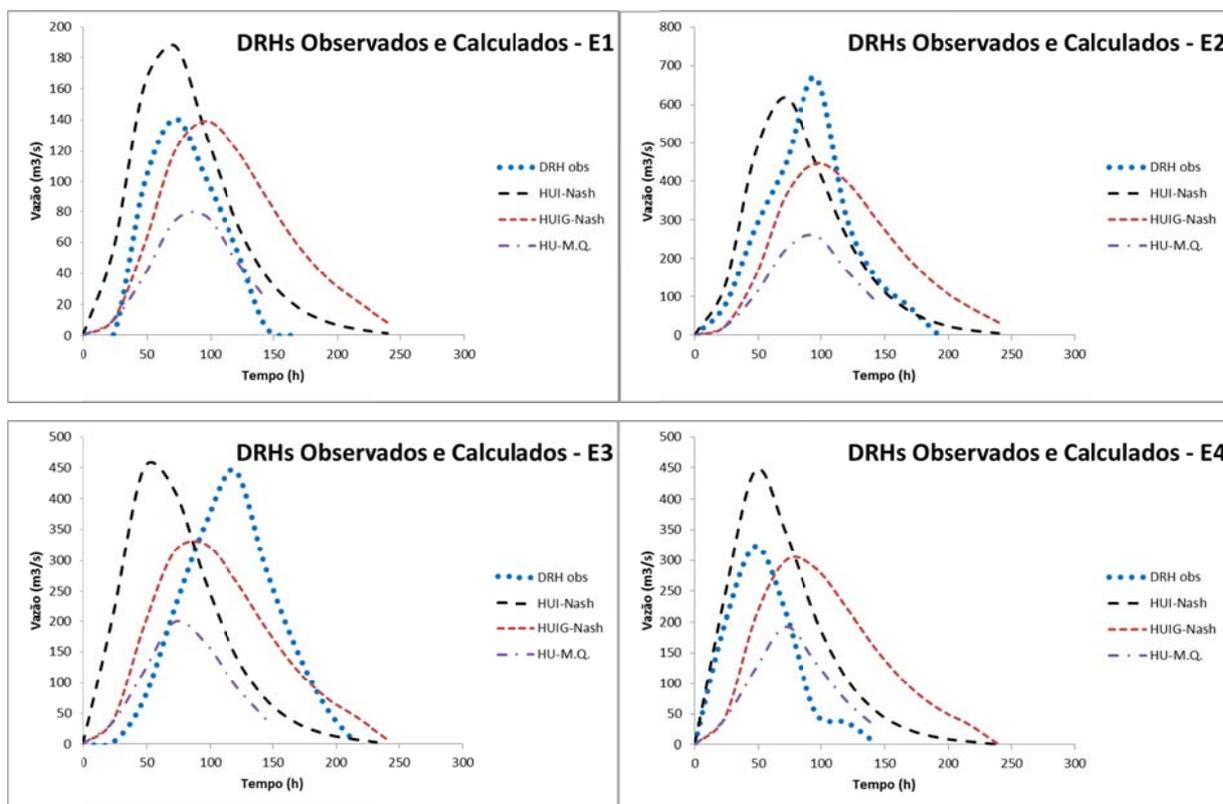


Figura 1 – Comparação dos DRHs observados e calculados pelos 3 modelos de HU.

Tabela 6 – Comparação entre os índices de desempenho dos modelos.

| Evento | Modelo | R^2 | ERR1 | Evento | Modelo | R^2 | ERR1 |
|--------|-----------|-------|--------|--------|-----------|-------|--------|
| E1 | HUI-NASH | 0,818 | 25,025 | E3 | HUI-NASH | 0,999 | 67,151 |
| | HUIG-NASH | 0,804 | 25,003 | | HUIG-NASH | 0,999 | 67,088 |
| | HU-MMQ | 0,771 | 84,889 | | HU-MMQ | <10 | >80 |
| E2 | HUI-NASH | 0,993 | 34,318 | E4 | HUI-NASH | 0,784 | 27,550 |
| | HUIG-NASH | 0,996 | 60,168 | | HUIG-NASH | 0,798 | 34,182 |
| | HU-MMQ | <10 | >80 | | HU-MMQ | 0,820 | 67,577 |

Observando os hidrogramas gerados para os 4 eventos, percebe-se melhores resultados para os hidrogramas gerados pelos modelos HUI-Nash e HUIG-Nash. Ambos os modelos geraram ótimos

resultados para a vazão máxima, muito próximos aos hidrogramas observados, porém quase sempre superestimando pelo modelo de HUI-Nash e subestimado pelo modelo HUIG-Nash, situação semelhante à encontrada por Sahoo *et al.* (2006), pelo menos para o modelo HUI-Nash.

Todos os três modelos apresentaram resultados satisfatórios para o tempo de pico, como pode ser observado pela função ERR1, com valores baixos de 25% em alguns eventos. Os três demonstraram boa eficiência na predição do tempo de ascensão e recessão dos hidrogramas, mas, mais uma vez, os resultados são melhores para os modelos de Nash. Essa diferença no tempo pode ser justificada por eventuais violações das premissas de base da teoria do hidrograma unitário, como chuva constante e uniforme sobre a bacia ao longo de sua duração.

Na tabela 6 são apresentados os resultados das funções de erro para os 4 eventos de validação. A função de eficiência R^2 apresentou valores que variaram de 0,784 a 0,999 para HUI-Nash, 0,798 a 0,999 para HUIG-Nash. Para o modelo HU-MQ os valores variaram de 0,771 a 0,820 para os eventos E1 e E4, porém foram constatados valores muito baixos para os eventos E2 e E3. Isso pode ter ocorrido devido à grande diferença entre as vazões máximas observadas, entre o evento E2 e o restante, mostrando talvez, que o modelo não seja tão robusto, quando aplicado a condições tão distintas, em uma mesma bacia hidrográfica.

CONCLUSÃO

Os resultados demonstraram êxito, principalmente os referentes aos modelos de Nash na predição de hidrogramas de vazões, mesmo em grandes bacias. Em comparação com o modelo HUI-Nash, os resultados obtidos com o modelo HUIG-Nash, apresentaram-se bastante satisfatórios. Estes ficaram bem próximos aos observados pelo modelo tradicional, que utiliza dados de chuva e vazão disponíveis, mostrando sua possível aplicabilidade em bacias com pouco ou nenhum monitoramento. O modelo geomorfológico, tal como aqui aplicado, tem ainda como vantagem prescindir de estudos preliminares na bacia para a obtenção de eventos DRH e ERH, além de não precisar de calibração. Entretanto, o esforço para a obtenção dos parâmetros do modelo geomorfológico pode ser grande, a depender do tamanho da bacia.

Finalmente, foi possível perceber pelos resultados apresentados, que os modelos podem ser utilizados de forma satisfatória na previsão de hidrogramas de vazões máximas em bacias com disponibilidade apenas de registros plúvio-fluviométricos diários, situação típica verificada em muitas bacias do território brasileiro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AL-WAGDANY, A. S.; RAO, A. R. (1997). “*Estimation of the Velocity Parameter of the Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph.*” *Water Resources Management*, Volume 11, Issue 1 , pp 1-16.
- BHUNYA, P. K.; BERNDTSSON, R.; SINGH, P. K.; HUBERT, P. (2008). “*Comparison between Weibull and gamma distributions to derive synthetic unit hydrograph using Horton ratios*”. *Water Resour. Res.*, 44, W04421, doi:10.1029/2007WR006031.
- CHOW, V. T. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw Hill Book Company New York.
- HORTON, R. E. (1945). “*Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology.*” *Bull. Geol. Soc. Am.*, 56(3), 275–370.
- LINSLEY, R. K.; KOHLER, M. A.; PAULHUS, J. L. H. (1949). *Applied hydrology*. McGraw-Hill New York, 689 p.
- NASH, J. E. (1957). “*The form of the instantaneous unit hydrograph.*” *International Association of Scientific Hydrology Publication*, 45(3),114–121.
- NASH, J. E.; SUTCLIFFE, J. V. (1970). “*River flow forecasting through conceptual models, Part I: A discussion of principles.*” *J. Hydrol.*, 10(3), 282–290.
- RODRIGUEZ-ITURBE, I.; VALDES, J. B. (1979). “*The geomorphologic structure of hydrologic response.*” *Water Resour. Res.*, 15(6), 1409–1420.
- ROSSO, R. (1984). “*Nash model relation to Horton order ratios*”. *Water Resources Research*, v. 20, n.7, p. 914-920.
- SAHOO, B.; CHANDARNATH, C.; NARENDRA, S.R.; RAJENDRA, S.; RAKESH, K. (2006). “*Flood estimation by GIUH based Clark and Nash models.*” *J Hydrol Eng* 11(6):515–525.
- STRAHLER, A. N. (1957). “*Quantitative analysis of watershed geomorphology.*” *Trans., Am. Geophys. Union*, 38(6), 913–920.