

## **ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA DINÂMICA EM UM CAMPO DE CONCENTRAÇÃO DE POLUENTES, PRESENTE EM UM RIO NATURAL**

*Priscila Araújo Barbosa Parente<sup>1</sup>; Raquel Jucá de Moraes Sales<sup>2</sup>; Jessyca Costa Barros<sup>3</sup>; Patrícia Freire Chagas<sup>4</sup> & Raimundo Oliveira de Souza<sup>5</sup>*

**Resumo** – Tendo por base as Equações de Saint Venant, o objetivo deste estudo busca entender a propagação de uma onda dinâmica em rios e identificar a influência desta propagação em um campo de concentração de poluente. Para a solução do modelo hidrodinâmico, foi usado o método das diferenças finitas de forma explícita. Para a solução do modelo de transporte foi usado o método de diferenças finitas com um esquema implícito. Pelos resultados, pode-se ver que a presença de uma onda dinâmica se propagando em um rio, forma uma onda de diluição que se propaga com a mesma frequência da onda dinâmica, permitindo assim um melhor entendimento, entre os modelos de transporte e a hidrologia da bacia do rio.

**Abstract** – Based on the Saint Venant equations, the objective of this study seeks to understand the propagation of a dynamics wave in rivers and identify the influence of this propagation in a pollutant concentration fields in a natural river. To solve the hydrodynamic model, it was used the of finite differences method, explicitly. For the solution of the transport model it was used the finite differences method with an implicit scheme. From the results, it can be seen that the presence of dynamic wave propagating in the river, it forms a dilution wave on the river that propagates with the same frequency of the dynamics wave, thus allowing a better understanding among the transport models and hydrology the river basin.

**Keywords** – Controle de Enchentes; Modelo de Transporte de Poluente; Modelo Hidrodinâmico

- 
- 1 Mestre em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará e bolsista da FUNCAP. Campus do Pici, CEP- 60445-760, Bloco 713, Fortaleza – Ceará, Brasil, e-mail: [prihparente@gmail.com](mailto:prihparente@gmail.com);
  - 2 Doutora em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará e bolsista do CNPq. Campus do Pici, CEP- 60445-760, Bloco 713, Fortaleza – Ceará, Brasil, e-mail: [raqueljuca@gmail.com](mailto:raqueljuca@gmail.com);
  - 3 Mestranda em Saneamento Ambiental pela Universidade Federal do Ceará. Campus do Pici, CEP- 60445-760, Bloco 713, Fortaleza – Ceará, Brasil, e-mail: [jessycacbarros@gmail.com](mailto:jessycacbarros@gmail.com);
  - 4 Doutora em Recursos Hídricos pela Universidade Federal do Ceará. Campus do Pici, CEP- 60445-760, Bloco 713, Fortaleza – Ceará, Brasil, e-mail: [pfchagas@yahoo.com](mailto:pfchagas@yahoo.com);
  - 5 Professor do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental. Campus do Pici, Centro de Tecnologia, Bloco 713, Fortaleza – Ceará, Brasil, CEP 60445-760, fone: (85) 3366. 9771, e-mail: [rsouza@ufc.br](mailto:rsouza@ufc.br).

## 1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As equações do movimento e da continuidade, advindas das equações completas de Saint Venant, definem os processos de propagação de uma onda dinâmica, possibilitando o seu estudo de maneira geral. Em casos simples de análise da onda dinâmica, por exemplo, com parâmetros constantes, a solução pode ser representada como a soma das ondas senoidais (CHOW, 1988).

No entanto, considerar os parâmetros do modelo da onda dinâmica como variáveis não deve ser negligenciada, ou seja, devem ser consideradas todas as variáveis conexas para que seja obtido um resultado real. Desta maneira, para resolver as equações de Saint Venant, que são equações diferenciais parciais de difícil resolução matemática, se faz necessária à aplicação de métodos numéricos que, embora suas soluções não sejam precisas, os resultados são bastante representativos. Para este estudo, foi utilizado o método explícito das diferenças finitas, que é um método linearmente estável e as equações de Saint Venant podem ser resolvidas com algumas simplificações.

Por outro lado, como o estudo em questão, trata do desenvolvimento de um modelo combinado de transporte de massa, aplicado a transporte de poluente em rios, para determinar o efeito de uma onda de cheia no processo de diluição, há a necessidade de se resolver um modelo hidrodinâmico e de um modelo de transporte, onde o campo de velocidade é usado para determinar sua influência nos campos de concentração.

Para a obtenção dos resultados pertinente ao Modelo Matemático, foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem FORTRAN, o qual permitiu que simulações para diferentes cenários fossem realizadas. Esta opção foi escolhida pela facilidade de compilar os dados, por já possuir rotinas prontas e permitir que fossem desenvolvidas subrotinas capazes de implementar a obtenção dos resultados com rapidez.

## 2. METODOLOGIA

Partindo do conceito de fluxo, campo vetorial  $\vec{B}$  através de uma superfície de controle  $\vec{A}$ , descrito na Equação 1 abaixo, e admitindo que  $\vec{B} = \rho\vec{V}$ , onde  $\rho$  é a massa específica do fluido, e  $\vec{V}$  é a sua velocidade, tem-se a seguinte representação matemática, Equação 2:

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \oint_A \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2)$$

Pelo princípio da conservação das massas, onde o fluxo de massa que passa através da superfície de controle é igual à variação da massa no interior do volume de controle, Porto (1999), a equação da continuidade é, na sua forma integral, representada pela Equação 3. O primeiro termo da equação representa a variação temporal da massa fluida dentro do volume de controle, e o segundo, o fluxo de massa líquido através da superfície de controle.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \rho dV + \oint_{sc} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (3)$$

Conforme a segunda Lei de Newton, para um campo de escoamento qualquer, a taxa de variação com tempo da quantidade de movimento é igual à força aplicada no fluido. Assim, a equação que representa a quantidade de movimento fica sendo, Equação 4:

$$\sum \vec{F} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vc} \vec{V} \rho dV + \oint_{sc} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (4)$$

As equações de Saint Venant partem dos princípios básicos que envolvem as Equações 3 e 4, mediante alguma simplificações. Efetuando essas simplificações nas equações 3 e 4, tem-se:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Q^2 / A) + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 \right) + gAS_f = 0 \quad (6)$$

$A$  é a área média da seção transversal;  $Q$  é a vazão no volume de controle;  $dx$  é o comprimento de um elemento do canal que representa o volume de controle;  $\frac{\partial Q}{\partial x}$  é a taxa de variação

da vazão com relação à distância longitudinal do rio;  $S_f$  é a declividade da linha de energia;  $S_0$  é a declividade do fundo do canal;  $g$  é a aceleração da gravidade; e  $t$  é o tempo.

O campo de velocidade calculado pela hidrodinâmica é usado, como dado de entrada, para avaliar o comportamento das concentrações de substâncias poluentes no rio, através da equação da difusão advectiva (JAMES, 1993).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AE \frac{\partial C}{\partial x} \right) - KC + S_D \quad (7)$$

$C$  é a concentração da substância ao longo do canal, em  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $u$  é a velocidade ao longo do canal, em  $\text{m}/\text{s}$ ;  $A$  é a área da seção transversal do canal, em  $\text{m}^2$ ;  $E$  é o coeficiente de dispersão longitudinal;  $K$  é o coeficiente de decaimento da substância, em  $\text{T}^{-1}$ ;  $S_D$  representa o lançamento distribuído ao longo do canal.

As condições de contorno são:

$$C(0, t) = C(t) \quad (8)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(L, t) = 0 \quad (9)$$

As condições iniciais são:

$$C(x, 0) = C(x) \quad (10)$$

Desenvolvendo a equação da difusão advectiva, tem-se (CHAGAS, 2005):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \psi \frac{\partial C}{\partial x} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - KC + S_D \quad (11)$$

$\Psi$  é um dos parâmetros do modelo.

## 2.1 Formulação numérica da onda dinâmica

Nesta pesquisa, foi utilizado o método das diferenças finitas na sua forma explícita. O domínio da função foi dado pela malha ortogonal bidimensional,  $x-t$ . Cada nó da malha é

identificado por um par de índices  $(i, j)$ , onde  $i$  indica a posição do nó ao longo do eixo  $x$ , e o índice  $j$  indica a posição do nó ao longo do eixo  $t$ . Os valores das vazões  $Q_i^{j+1}$  e  $Q_{i+1}^j$  são conhecidos, para ser determinado o valor de  $Q_{i+1}^{j+1}$ , Figura 1.

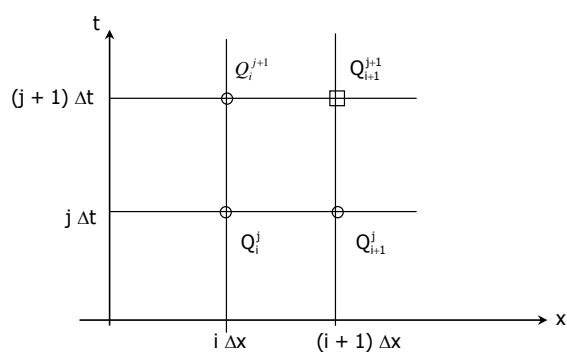


Figura 1 – Diferenças finitas para solução da equação de propagação da onda dinâmica (Chow, 1988).

De acordo com Chagas (2005), ao aplicar este método na equação da onda dinâmica é, Equação 12:

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{Q_{i+1}^j + \frac{\Delta t}{\Delta x} \alpha_m Q_i^{j+1} - \beta_m \Delta t}{1 + \alpha_m \frac{\Delta t}{\Delta x}} \quad (12)$$

Em que  $\alpha_m$  e  $\beta_m$  são definidos por, Equações 16 e 17:

$$\alpha_m = \frac{\alpha_i^{j+1} + \alpha_{i+1}^j}{2} \quad (13)$$

$$\beta_m = \frac{\beta_i^{j+1} + \beta_{i+1}^j}{2} \quad (14)$$

Onde:

$$\alpha_i^{j+1} = 2 \frac{Q_i^{j+1}}{A_i^{j+1}} + \frac{g \frac{A_i^{j+1}}{B} - \left(\frac{Q_i^{j+1}}{A_i^{j+1}}\right)^2}{\frac{Q_i^{j+1}}{A_i^{j+1}} \left( \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \frac{R_i^{j+1}}{B} \right)} \quad (15)$$

$$\alpha_{i+1}^j = 2 \frac{Q_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{g \frac{A_{i+1}^j}{B} - \left(\frac{Q_{i+1}^j}{A_{i+1}^j}\right)^2}{\frac{Q_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} \left( \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \frac{R_{i+1}^j}{B} \right)} \quad (16)$$

$$\beta_i^{j+1} = g A_i^{j+1} \left[ \frac{(Q_i^{j+1})^2 n^2}{(A_i^{j+1})^2 (R_i^{j+1})^{4/3}} - S_0 \right] \quad (17)$$

$$\beta_{i+1}^j = g A_{i+1}^j \left[ \frac{(Q_{i+1}^j)^2 n^2}{(A_{i+1}^j)^2 (R_{i+1}^j)^{4/3}} - S_0 \right] \quad (18)$$

Fazendo o cálculo de  $Q_{i+1}^{j+1}$ , e substituindo na Equação 15,  $A_{i+1}^{j+1}$  passa a ser, Equação 19:

$$A_{i+1}^{j+1} = A_{i+1}^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}) \quad (19)$$

## 2.2 Aspectos computacionais

Para encontrar a solução do modelo numérico, foi desenvolvido um programa computacional, em linguagem FORTRAN. Este programa calcula todas as variáveis de controle diretamente relacionadas ao escoamento no rio, bem como o campo de concentração ao longo do rio para diferentes tempos.

## 3. RESULTADOS

A simulação foi realizada para os seguintes dados: vazão do rio igual a 20 m<sup>3</sup>/s; largura do rio de 20 m; declividade de fundo igual a 0,0005; rugosidade de 0,01; pico da onda de entrada, sendo

considerada uma senoide, igual a  $100 \text{ m}^3/\text{s}$ ; e concentração inicial do rio com uma substância conservativa de  $20 \text{ mg/L}$ .

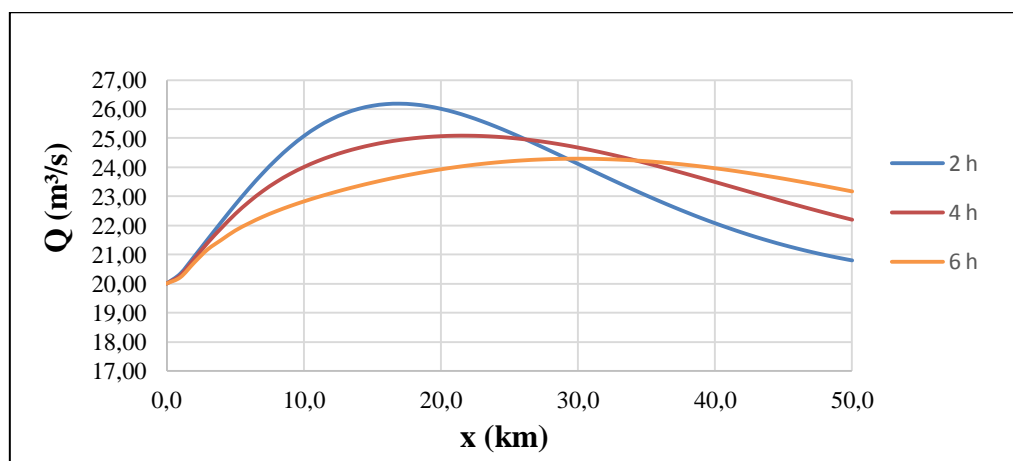


Figura 2 – Comportamento da propagação da onda de vazão em função da distância, para diferentes tempos.

Pela Figura 2, pode-se observar que a propagação da onda de cheia se dá de forma consistente, com um pico em duas horas de  $26 \text{ m}^3/\text{s}$  ocorrendo a seção a  $17 \text{ km}$  da origem. Para o tempo de 4 horas o pico da onda se encontra a  $25 \text{ km}$  da origem com um valor de  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ . Assim é possível calcular a celeridade da onda que é, aproximadamente, igual  $4 \text{ km/h}$ .

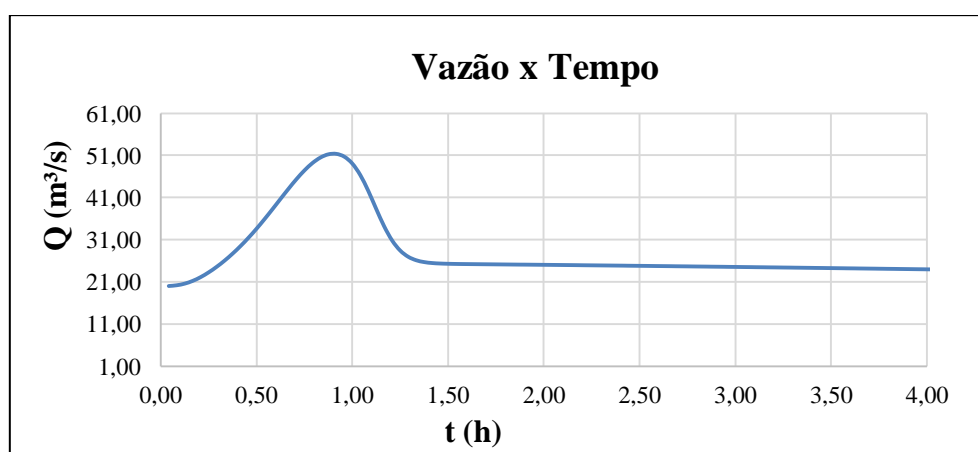


Figura 3 – Propagação da vazão em função do tempo, em uma seção  $10 \text{ km}$  da seção de origem.

A Figura 3 ilustra o comportamento da onda de vazão, chegando a uma seção distante  $10 \text{ km}$  da origem. Como pode ser observado, ao pico da onda chega aproximadamente em uma hora na seção de referência, onde se verifica que a celeridade da onda não é constante, como era de se

esperar. Como se sabe a celeridade da onda dinâmica depende diretamente da própria vazão, o que torna este modelo com características não lineares. Pelos resultados, verifica-se que o pico da onda na seção de observação é de  $51 \text{ m}^3/\text{s}$ , evidenciando que, neste instante, já há uma dissipação da onda em sua propagação. Isto é inerente ao fator de atrito que, para esta classe de modelo é considerado.

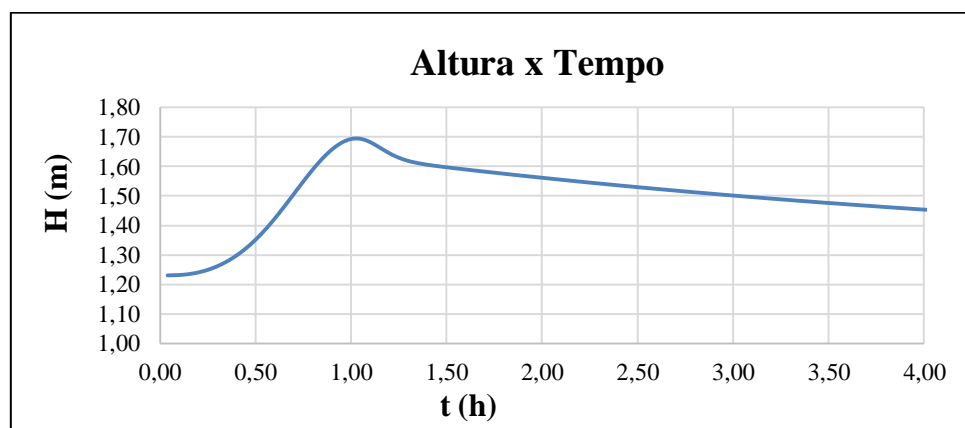


Figura 4 – Propagação da altura da linha d’água em função do tempo, em uma seção 10 km da seção de origem.

A Figura 4 ilustra o comportamento da linha d’água para o cenário analisado anteriormente. Viu-se também que o comportamento da linha d’água segue o mesmo padrão da propagação da vazão, mostrando a influência deste parâmetro nas análises realizadas. É importante notar que, neste caso, a onda chega de forma rápida, mas as alturas voltam para seu estado normal, de forma lenta, verificando-se que há uma assimetria no comportamento da onda quando chega e quando sai de uma seção como função do tempo. Este resultado permite que se conheça o tempo de chegada de uma onda dinâmica em determinada seção de um canal e, com isso, possa se fazer o planejamento de proteção contra cheias.



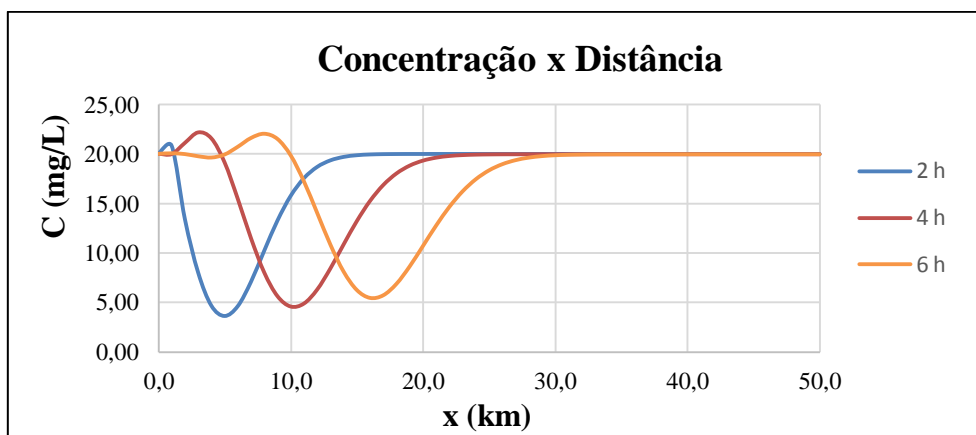


Figura 5 – Comportamento da onda de diluição da concentração diferentes tempos.

A Figura 5 ilustra o resultado da solução da equação diferencial de transporte de poluentes, na presença de um campo de velocidade em forma de uma onda de cheia. Como pode ser observado, o comportamento da concentração é semelhante ao comportamento da onda de cheia, se propagando ao longo do rio, sob a influência da mesma. Neste caso, pode-se ver que surge no rio uma onda de diluição que acompanha toda a propagação da onda dinâmica. Por exemplo, para duas horas, as concentrações caem para valores de, aproximadamente, 5 mg/L, ocorrendo a 5 km da origem. Já para um tempo de 6 horas, a concentração tem valores um pouco maiores que 5 mg/L, na seção a 18 km da origem. Com isso, pode-se dizer que há uma onda de diluição que acompanha a onda dinâmica de acordo com sua propagação.

#### 4. CONCLUSÕES

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que o programa computacional, desenvolvido para esta pesquisa, mostrou-se eficiente, permitindo que campos de vazão, campos de linha d'água, e campos de concentração sejam calculados. Pelos resultados, observa-se que para um rio com alto grau de poluição, a presença de uma onda de cheia produz uma propagação de onda de diluição com a mesma frequência da onda de cheia, e com a mesma celeridade da onda, evidenciando que há uma relação consistente entre o comportamento das concentrações em um rio e a sua capacidade hidrológica, o que permite uma melhor avaliação, por exemplo, nas concessões de outorga de lançamentos de efluentes.

## **BIBLIOGRAFIA**

CHAGAS, P.F. (2005). *Perspectivas da Aplicação da Teoria Fuzzy para o cálculo de risco em sistemas hidrodinâmicos*. Tese defendida no Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará. 190p.

PORTO, R.M. (1999). *Hidráulica Básica*, EESC-USP São Carlos SP - Projeto Reenge. 519p.

CHOW, V. T. (1988). *Applied Hydrology*. New York: McGraw-Hill. 572p.

CHALFEN, M., NIEMIEC, A. (1986). *Analytical and Numerical Solution of Saint-Venant Equations*. Journal of Hydrology, v. 86, p. 1–13.

JAMES, A. **An Introduction to WATER QUALITY MODELLING**. 2nd Edition. By John Wiley & Sons Ltd, 1993, 311p.

**AGRADECIMENTOS** - Nossos agradecimentos à CAPES, ao CNPq e à FUNCAP pelo suporte financeiro através de bolsa de estudo permitindo o desenvolvimento dessa pesquisa.