



## XII SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

### **DESENVOLVIMENTO DO MODELO ENTRÓPICO MULTIDIRECIONAL APLICADO AO FENÔMENO DE INFILTRAÇÃO POR SULCOS E VERTICAL (COM ANEIS)**

*Autor Prof. Dr. Bruno Miguel Ledezma Roman<sup>1</sup> ; Ari Donato Junior<sup>3</sup>*

**RESUMO** – Neste artigo foram coletadas 56 provas de infiltração com o intuito de desenvolver uma fórmula de infiltração mais eficiente que as clássicas representadas por Horton, Philps e Kostiakov.

A nova fórmula foi baseada na Maximização da entropia e quantidade de informação

O resultado final permitiu desenvolver uma fórmula que além de simular com maior eficiência (100 % dos casos) a infiltração permitiu vislumbrar que os fenômenos de infiltração vertical (usando o infiltrometro de anel) e a infiltração por escoamento horizontal (infiltrometro por sulcos) são dois fenômenos diferentes, para os quais a formula identifica a que grupo pertence cada um.

Outras propriedades da fórmula é que uma vez calibrada ela só precisa de três dados confiáveis para reproduzir a mesma.

#### **ABSTRACT**

In this article, 56 infiltration tests were collected in order to develop a infiltration formula more efficient than the classical represented by Horton, Philps and Kostiakov.

The new formula was based on the maximization of entropy and amount of information

The end result allowed to develop a formula that in addition to simulate more efficiently (100% of cases) the infiltration enabled understanding that the phenomena of vertical infiltration (using the ring infiltrometer) and infiltration by horizontal flow (furrow infiltrometer) are two phenomena different for which the formula identifies the group to which belongs each.

---

1) Heitor Penteadó 1460, 5511-984293719, bruno.roman@uninove.br

Other properties of the formula is that once calibrated it only needs three reliable data to reproduce the same.

**Palavras-Chave** – Infiltração, modelação matemática, entropia máxima.

## 1. INTRODUÇÃO

Na bibliografia existente os conceitos teóricos sobre entropia têm a mesma base teórica, que é o desenvolvimento do modelo inicial de Chao-Lin Chiu, sendo os textos similares, alguns mais ou menos desenvolvidos e dirigidos à especialidade de cada autor.

Resumindo MINEI (1999); CARVALHO (2001) e CALISTO (1996); Chiu trouxe para a hidráulica os conceitos estatísticos de entropia baseado na Teoria da Informação ligando o universo determinístico, familiar ao engenheiro hidráulico, e o probabilístico, que é menos familiar. A partir desses conceitos, propôs modelos de distribuição de velocidades, de tensões de cisalhamento e de concentração de sedimentos em função da maximização da entropia.

O princípio da maximização da entropia foi proposto primeiro por JAYNES, em 1957, como um procedimento genérico de dedução. Desde então, embora venha sendo aplicado com sucesso em vários campos da ciência, permaneceu controverso devido à fragilidade dos seus fundamentos, até a demonstração dos autores Shore&Johnson, que provaram que este princípio é correto no seguinte sentido: a maximização de qualquer função conduzirá a entropia a inconsistências, a não ser que esta função e a entropia tenham máximos idênticos.

Expressando de outra forma, dadas novas informações em termos de limites aos valores esperados, existe apenas uma distribuição que preenche as condições limitantes, e ela pode ser escolhida por um procedimento que satisfaz os axiomas de consistência. Esta distribuição única pode ser obtida pela maximização da entropia.

## 2. OBJETIVOS PRINCIPAIS

Desenvolver um novo modelo matemático de infiltração da água no solo baseado na maximização da entropia.

### 1.1 Objetivos secundários

Comparar o novo modelo entrópico de infiltração com os modelos atualmente utilizados para simular este fenômeno, e estudar separadamente os fenômenos da infiltração vertical no infiltrômetro de anel duplo e a infiltração mista horizontal e vertical no infiltrômetro por sulcos.

## 3. MATERIAIS E MÉTODO

Os métodos utilizados para o desenvolvimento do método de irrigação foram modelagem física, comparação com testemunha e desenvolvimento matemático.

Compararam-se os modelos de Kostiakov, Horton e Philips com o modelo entrópico desenvolvido, tanto na infiltração por sulcos (19 provas de campo) como a de duplo anel (37 provas de campo).

### 3.1 Desenvolvimento do Primeiro Modelo (Entropia Aplicada ao Eixo X)

Notações:

$f$  = Velocidade de infiltração usada no modelo entrópico (LT-1)

$f_s$  = Velocidade de infiltração máxima (medida ou calculada) (LT-1)

$f_o$  = Velocidade de infiltração mínima medida ou preferivelmente a condutividade hidráulica do solo associada a um “t” grande (LT-1)

$f^*$  = Velocidade normalizada de infiltração (adimensional)

$\bar{f}^*$  = Velocidade de infiltração média normalizada

$H$  = Entropia

$p$  = Densidade de probabilidade

$P$  = Probabilidade acumulada

$t$  = Variável tempo (T)

$t_o$  = Instante inicial (T)

$t_s$  = Tempo máximo (T)

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  = Multiplicadores de Lagrange

$t^{\wedge}, dt^{\wedge}, f^{\wedge}, df^{\wedge}$  = Notações adotadas para os valores limites no momento da integração.

### 1.1 Desenvolvimento do primeiro modelo (entropia aplicada ao eixo X)

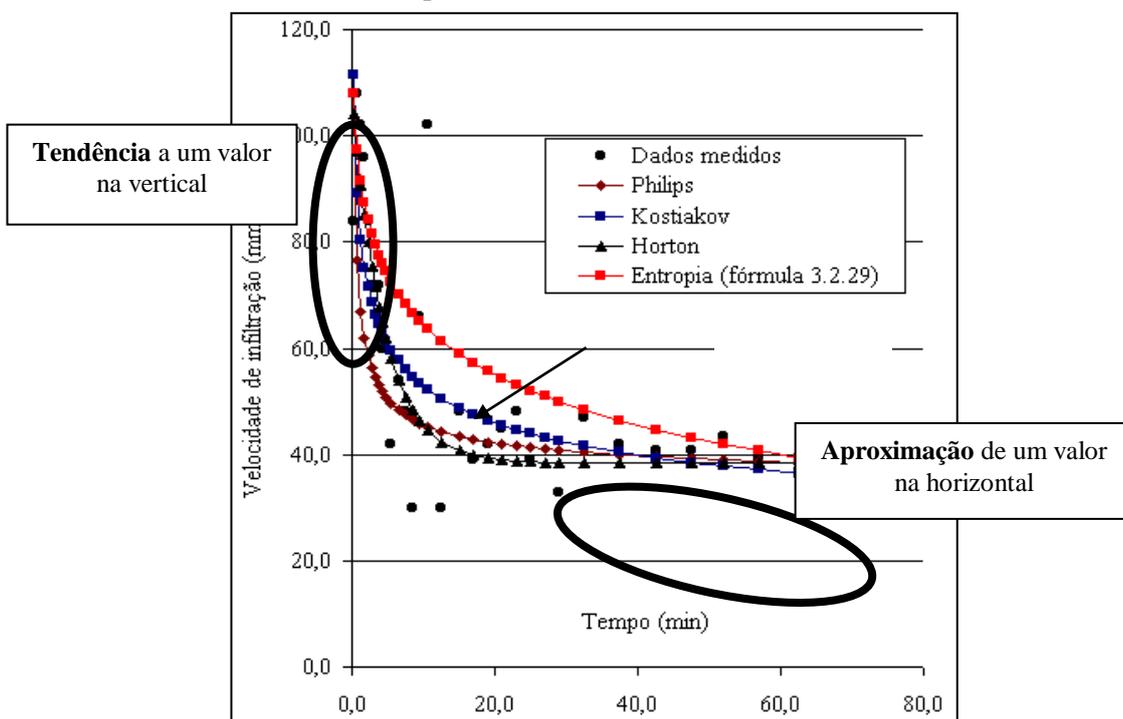
$$f = f_0 - \frac{f_0 - f_s}{M} \ln \left( 1 + (e^M - 1) \cdot \left( \frac{t - t_0}{t_s - t_0} \right) \right) \quad (1)$$

**\* Análise do primeiro modelo**

Depois da aplicação dos quatro modelos aos dados de campo, a distribuição entrópica mostrou uma melhoria significativa no coeficiente de correlação em comparação com os modelos de Philips e Kostiakov, mas pequena com Horton.

Segundo a teoria, a velocidade de infiltração **começa num valor elevado** e diminui até no final **tender** a um valor constante (VIB), este tipo de curva corresponde às propriedades de uma curva de tipo exponencial. Na figura 1, observa-se que o modelo entrópico apresenta características logarítmicas que são invertidas às procuradas e ressaltando o fato que o modelo de Horton possui esta característica exponencial. Portanto, pesquisou-se um outro modelo entrópico que cumpra estas características.

Nos modelos entrópicos estudados na bibliografia existente, coincidentemente os fenômenos físicos estudados possuem estas características logarítmicas sendo estas, o primeiro caso que o fenômeno tem características exponenciais.



**Fig. 1** Primeiro modelo aplicado a dados de campo

### 3.2 Desenvolvimento do segundo modelo (entropia aplicada ao eixo Y)

$$f = f_0 - (f_0 - f_s) \cdot \left( \frac{e^{\frac{M.t}{ts}} - e^{\frac{M.to}{ts}}}{e^M - e^{\frac{M.to}{ts}}} \right) \quad (2)$$

#### \* Análise do primeiro e o do segundo modelo

O intuito de achar uma nova fórmula entrópica foi atingido porque a nova fórmula cumpre as características exponenciais buscadas.

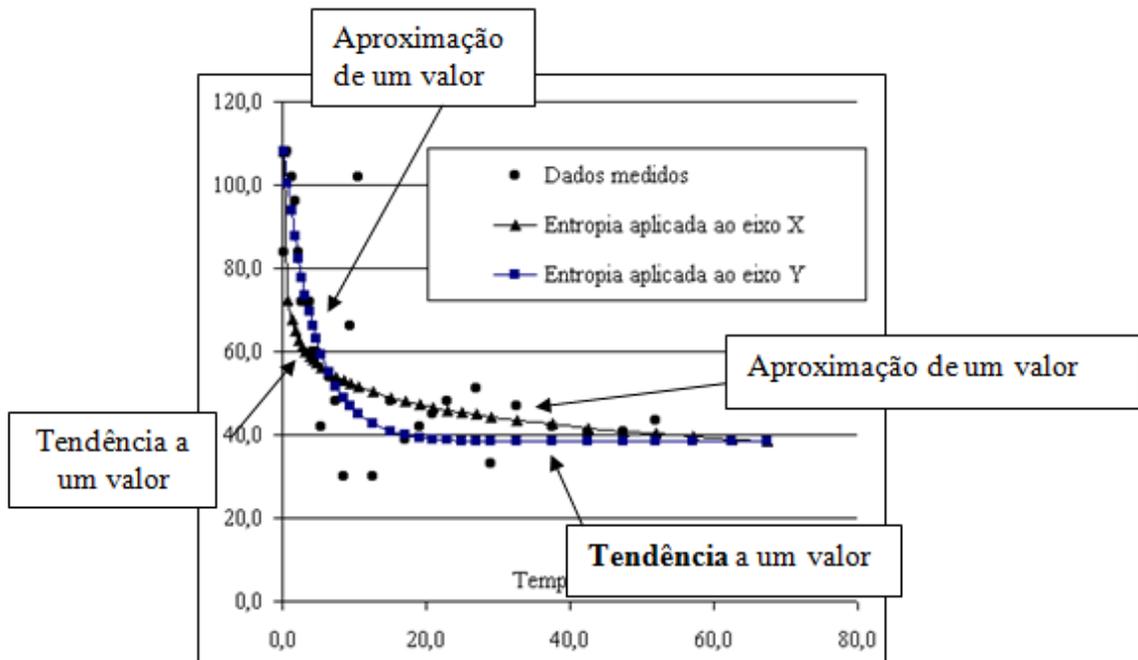


Fig. 2 Comparação dos resultados obtidos dos modelos entrópicos aplicados.

Mas a próxima pergunta foi:

Será que existe uma terceira distribuição entrópica, desta vez simétrica nos valores extremos tanto tendências quanto aproximações? E finalmente, será que existe um modelo que abranja todas estas distribuições entrópicas?

A resposta é sim, pode-se desenvolver um modelo único com todas estas características, mas a desvantagem deste é que ele é iterativo em cada um dos dados, sendo praticamente impossível o funcionamento numa planilha eletrônica. Achou-se o modelo procurado de uma forma alternativa, que é multiplicando os dois modelos entrópicos anteriormente desenvolvidos.

### 3.3 Desenvolvimento do terceiro modelo (entropia aplicada aos eixos X e Y)

Notações extras:

$M_x$  = Parâmetro entrópico correspondente à velocidade de infiltração (eixo X)

$M_y$  = Parâmetro entrópico correspondente à velocidade de infiltração (eixo Y)

Retomando-se a equação 1, porém mudando a denominação do parâmetro entrópico M por  $M_x$  e multiplicando pela equação 2 na qual também o valor entrópico M muda-se para  $M_y$  temos:

$$f = f_o - (f_o - f_s) \cdot \left[ \left( \frac{e^{\frac{M_y \cdot t}{t_s}} - e^{\frac{M_y \cdot t_o}{t_s}}}{e^{M_y} - e^{\frac{M_y \cdot t_o}{t_s}}} \right) \cdot \frac{\ln \left( 1 + (e^{M_x} - 1) \cdot \left( \frac{t - t_o}{t_s - t_o} \right) \right)}{M_x} \right] \quad (3)$$

Finalmente mudando a notação por uma mais geral, com base nos eixos X e Y obtém-se um modelo geral de representação gráfica de fenômenos físicos utilizando-se o princípio da Entropia Máxima nos dois eixos.

$$Y = Y_o - (Y_o - Y_s) \cdot \left[ \left( \frac{e^{\frac{M_y \cdot X}{X_s}} - e^{\frac{M_y \cdot X_o}{X_s}}}{e^{M_y} - e^{\frac{M_y \cdot X_o}{X_s}}} \right) \cdot \frac{\ln \left( 1 + (e^{M_x} - 1) \cdot \left( \frac{X - X_o}{X_s - X_o} \right) \right)}{M_x} \right] \quad (4)$$

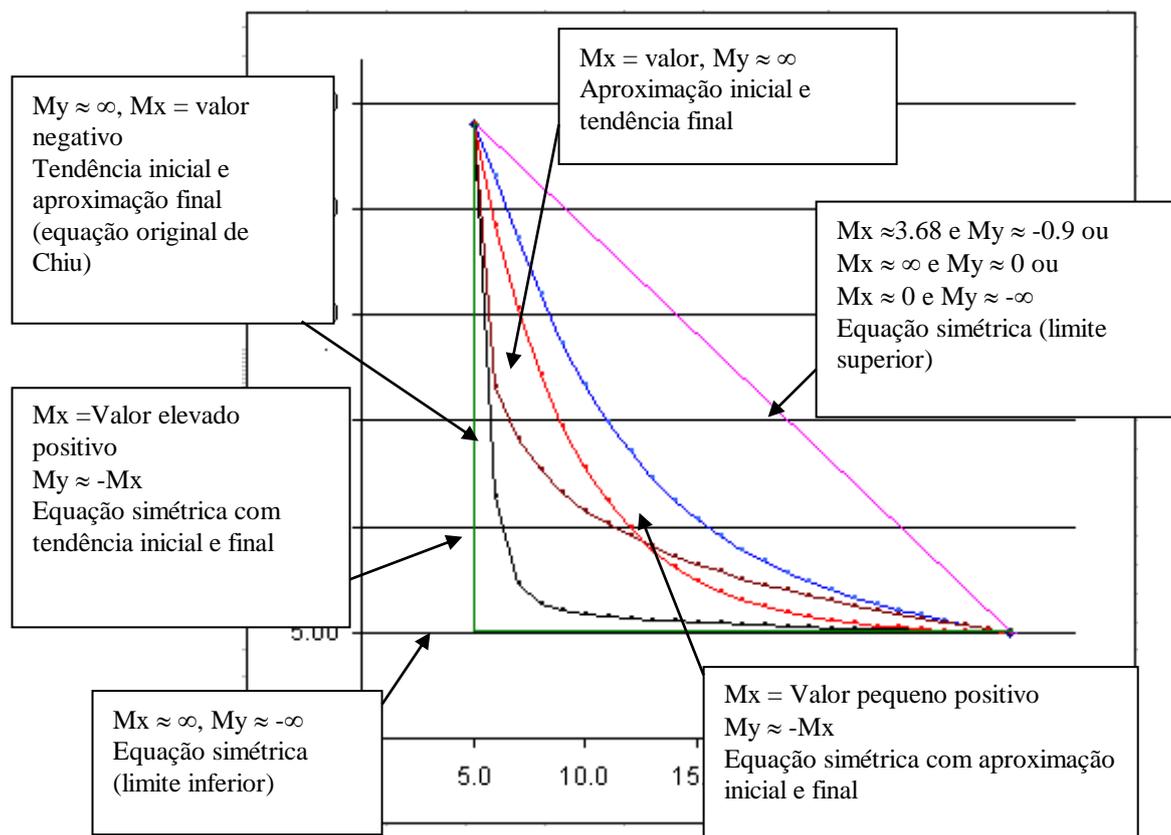
Análise de consistência da equação 3.50

Para  $X=X_o$      $Y = Y_o - (Y_o - Y_s) \cdot 0.0$     ;     $Y = Y_o$     ;    Correcto

Para  $X=X_s$      $Y = Y_o - (Y_o - Y_s) \cdot 1.1$     ;     $Y = Y_s$     ;    Correcto

#### \* Análise do modelo geral

Esta fórmula deu 65% de resultados positivos, nos 35% restantes a a melhora não foi significativa (menor que 0.1 no coeficiente de correlação), permitindo, além de simular com a confiança de obter o maior coeficiente de correlação e menor desvio padrão, estudar o tipo de tendência dos fenômenos físicos simulados.



**Fig. 3** Representação das seis principais distribuições simuladas.

Durante o desenvolvimento do doutorado, nasceu outra idéia inédita para melhorar ainda mais o modelo. Sendo que é possível aplicar a entropia aos eixos X e Y então é possível aplicar a entropia em todas as direções existentes. Matematicamente este modelo é ainda mais complexo de ser desenvolvido que o aplicado aos dois eixos, mas foi perfeitamente simulado através de um MÉTODO de aplicação.

### **3.4 Desenvolvimento do método Chiu-Ledezma de aplicação da maximização da entropia multidirecional**

O método envolve basicamente modificar os valores originais a serem ajustados pelas curvas matemáticas conhecidas, seja girando sobre o seu eixo, elevando-os para um valor, utilizando seno, cosseno, tangente, etc até que a eficiência das curvas de ajuste clássicas atinja valores de eficiência aceitáveis.

A melhor modificação dos dados originais foi a rotação dos mesmos utilizando como centro o ponto 0,0 (fig. 4).

O primeiro passo é transformar o sistema de coordenadas retangular num sistema polar. Em continuação itera-se o ângulo alfa até achar o valor ótimo em função do coeficiente de correlação aplicando a fórmula 3. Transformar os novos valores a coordenadas retangulares. Finalmente o último passo é trabalhar com o novo sistema de coordenadas do ponto de vista do sistema de coordenadas original.

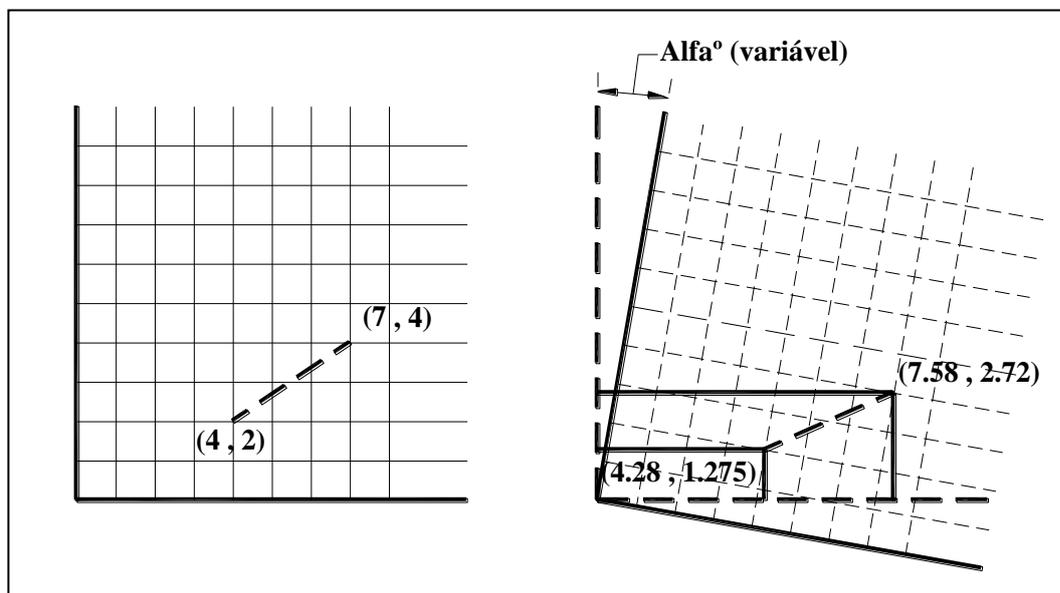


Fig. 4 Esquema dos conceitos utilizados na rotação de dados

Os resultados deste método deram na totalidade das provas o maior coeficiente de correlação com melhorias máximas de 68% e 59% e em média de 9%.

#### 4. CONCLUSÕES

- O inédito modelo entrópico multidirecional desenvolvido é o que melhor simula as primeiras horas da curva velocidade de infiltração versus tempo, tanto no infiltrômetro de anel duplo quanto no infiltrômetro de sulcos.
- O modelo entrópico aplicado aos 2 eixos pode determinar as tendências, logarítmicas, exponenciais, potenciais, lineares ou do tipo simétricas dos dados experimentais estudados.
- **O modelo entrópico aplicado ao eixo Y (equação 2) é o que se recomenda para simular o fenômeno geral no infiltrômetro de anel.**
- **O modelo entrópico aplicado ao eixo X (equação 1) é o recomendado para simular os resultados produzidos pelo infiltrômetro por sulcos** tanto para tempos curtos quanto para tempos longos. Esta pode ser feita através do uso de três pontos, um inicial, um final e

finalmente um ponto intermediário igual ao ponto inicial mais vinte minutos. **Ressaltado que estes dois fenômenos são diferentes porém até hoje eles foram estudados da mesma forma.**

- A equação de Horton é o melhor modelo dos atualmente utilizados no infiltrômetro de anel duplo enquanto que o modelo de Kostiakov simula melhor os resultados do infiltrômetro por sulcos.

Cabe ressaltar que estes modelos podem ser usados para simular diversos fenômenos físicos com a certeza de se obter melhores resultados e respectivas tendências.

## **5. LISTA DE REFERÊNCIAS**

BRANDÃO V.; PRUSKI F. F.; DA SILVA D. D. **Infiltração da água no solo**. Viçosa, Minas Gerais, 2002. 98p.

CASTRO, L. C.; SOUZA, F. **Análise dos parâmetros da equação de infiltração de Kostiakov-Lewis na irrigação por sulcos**. Campina Grande, 1999. v.3, n.2, p.167-172. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental.

DAKER A. **A água na agricultura**. 3º Vol. 3.ed. São Paulo: Livraria Freiras Bastos S.A., 1970. 448p.

ESFANDIARI M.; MAHESHWARI B. L. **Field Evaluation of Furrow Irrigation Models**. School of Environment and Agriculture, University of Western Sydney, Richmond NSW 2753, Australia. 2001

MARCHETTI F. E. **Infiltração de água no solo em sistemas de plantio direto e convencional**. 2003. Mato Grosso do Sul. Trabalho de iniciação científica.10p.

MINEI N. **Um método expedito para a medição de vazão em rios e canais abertos**. 1999. 123p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1999.